IL VIAGGIO INTERSTELLARE

Parte I

DE

Seconda Edizione

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/bb/Titian_-_Bacchus_and_Ariadne_-_Google_Art_Project.jpg

1. Considerazioni generali.

Sono convinto che se si facesse un'inchiesta chiedendo ai fortunati partecipanti quando il mondo finirà, la maggior parte di loro direbbe che il mondo non finirà mai. In effetti, che l'Universo abbia avuto inizio circa 14 miliardi di anni fa è comunemente accettato, mentre una vera e propria affermazione ufficiale sulla durata dell'universo non mi è nota, ma si dà ormai quasi per certo che (sulle basi unicamente della fisica) l'Universo sia eterno.

Questa assenza di fine del mondo, di questo mondo, contraria quindi al concetto che ci è stato inculcato su base religiosa (è infatti prevista da quasi tutte le religioni, incluso il Buddhismo, che sembra sempre su un diverso binario) sembra togliere un gran peso dalla coscienza di molti: niente fine, niente giudizio universale con tutto quel che segue. L'Induismo in verità ha una visione ciclica, e quindi si articola in giorni di Brahma (*kalpa*) alla fine di ognuno dei quali probabilmente si chiudono i conti e si azzera il karma universale. Oppure no. Nondimeno, secondo una variante più o meno accettata, la vita di Brahma, il *maha-kalpa*, 100 anni di Brahma, dura circa trecentomila miliardi ($3\ 10^{14}$) di anni. Noi siamo più o meno a metà (l'ipotesi antropocentrica è senza tempo, non si sa quando sia nata ed è dura a morire). Un giorno di Brahma è di 4.32 miliardi di anni. Ma i giorni sono intercalati con notti in cui ci sono parziali distruzioni del mondo (o dell'Universo?). E quando Brahma muore? Forse ne nasceranno uno o più altri. L'uomo preferisce l'eternità, ma ne ha paura e la spezza in cicli.

Naturalmente, anche se l'Universo fosse eterno, lo stesso non si può certo dire della Terra. Ogni traccia di vita potrebbe scomparirne tra circa *un miliardo di anni,* ben prima che il Sole diventi una gigante rossa, ciò che avverrà tra forse sette miliardi e mezzo di anni. La gigante rossa probabilmente inghiottirà la Terra. Diversi astrofisici speculano che però a quel punto resterà intorno al Sole una fascia in cui la vita sarà possibile, solo che si sarà spostata a circa 50 unità astronomiche dal Sole (la Terra è per definizione a 1 Unità Astronomica), per far posto al Sole ingrandito.

Bisognerà dunque traslocare, se ci saremo ancora. Ma forse non ne varrà la pena, perché tra circa otto miliardi di anni il Sole dovrebbe diventare una nana bianca (forse gradualmente e forse no), una stellina che potrebbe avere una luminosità tra 100 e un centomillesimo di volte la luminosità solare, e neanche nel caso più favorevole potrebbe scaldare molto a 50 UA.

Tra 22 miliardi di anni l'universo potrebbe evolversi attraverso l'inverso del big bang ("big crunch") e collassare in un punto. Dopodiché potrebbe ricominciare da capo. Ma di questo sappiamo poco e pochi scienziati ci scommetterebbero.

In compenso, se l'anti-big-bang, il *big-crunch* non avrà luogo, e non si troveranno altre teorie che permettano di chiudere bottega, dobbiamo concludere che l'universo è eterno. Però tra 100-120 bilioni (milioni di milioni, *trilion* in inglese) di anni , circa 10^{14} anni, tutte le stelle dovrebbero finire di funzionare, tutti i reattori a fusione che le animano ed animano l'universo saranno spenti, e l'universo sarà morto, anche se continuerà ad esistere e ad espandersi con l'allegra esistenza di un cimitero, sempre più rarefatto: le tombe simbolicamente saranno le nane bianche, le nane brune, le stelle di neutroni e i buchi neri. Secondo la versione inglese dell'articolo di Wikipedia, tra 10^{30} anni nell'Universo resteranno soltanto questi oggetti defunti e isolati e sempre più lontani fra loro in un universo sempre più buio. Altri ci danno meno tempo: l'era "stellare" dell'Universo, incominciata dopo 150 milioni d'anni all'istante iniziale, dovrebbe terminare tra 100 miliardi di anni (10^{11} anni). Chi è eterno , dunque, non è propriamente l'universo, ma il suo cadavere, quando presumibilmente saranno già spariti da tempo i cadaveri delle varie civilizzazioni, che si sono affannate, si affannano e si affanneranno sulle miriadi di mondi abitabili che stiamo scoprendo, e indubbiamente prevedono "magnifiche sorti e progressive", fenomeni che durano il primo attimo dell'eternità.

Effettivamente, se si evitano speculazioni (su cui c'è meno che un vago accordo fra gli scienziati che se ne occupano) un universo eterno dovrebbe essere "per la maggior parte dell'eternità" un universo morto in tutti i sensi, certo morto abbastanza "presto" per gli uomini. La "morte termica" cioè lo stato di massima entropia dell'universo, o se vogliamo, lo stato in cui l'Universo avrà raggiunto ovunque una temperatura uniforme, e, sulla base del secondo principio della termodinamica (chi lo conosce?), non saranno più possibile processi con scambio di energia o scambio di informazione, potrebbe poi avvenire tra $10^{10^{120}}$ anni, e qui, davvero si spegneranno anche le ultime, minime, luci restanti. Nondimeno, anche a quel punto, l'eternità sarà solo al principio. Che bello, un universo così giovane e già così morto!

Tuttavia non manca chi si aspetta che possano capitare un sacco di altre cose: per leggere uno scenario finale, un buon articolo è la "Cronologia del futuro lontano", in https://it.wikipedia.org/wiki/Cronologia_del_futuro_lontano. (La versione inglese, come sempre, è assai più ricca). Molte speculazioni sembrano proporre che il *big crunch* prima o poi avvenga, eventualmente seguito da uno o più nuovi big bang, con nascita di uno o più nuovi universi, ma mi è difficile pensare come ciò sia possibile, se l'Universo, come si crede, continua la sua espansione, che per di più, a quanto pare, sta accelerando. Per ottenere questa nuova vita e sfuggire all'incubo cimiteriale a cui ho appena accennato, si invocano nuove particelle risultanti dal decadimento delle particelle che conosciamo, con nuove proprietà e via dicendo: tra 2 10^{36} anni potrebbe o dovrebbe iniziare l' "età delle particelle", avendo chiuso bottega l' "età delle stelle". Il resto dell'eternità, comunque, ci riguarderebbe poco.

Ma anche $10^{10^{120}}$ anni sono solo il principio dell'eternità. E neppure scalfiscono l'eternità tutte le altre tappe successive, indicate nell'articolo citato. Godiamoci questi 120 bilioni di anni, gli anni della gioventù dell'Universo!

Quant'è bella Giovinezza,
che si fugge tuttavia.

Chi vuol esser lieto, sia:
del doman non v'è certezza.

(Il che spiega perché ho messo l'illustrazione del "Trionfo di Bacco e Arianna" del Tiziano, all'inizio di questo saggio).

2. Lasciare la Terra.

Ma lasciamo perdere queste speculazioni e torniamo al primo miliardo di anni.   A questo punto, il Sole potrebbe incominciare a fare le bizze.

Ma ci saremo ancora? Le opinioni variano: alcuni prevedono che già fra 10000 anni l'umanità avrà il 95% di probabilità di essere scomparsa. Altri studiosi ci danno 100 000 000 di anni di tempo per raggiungere la stessa percentuale

Noi dovremmo per allora essere in grado di traslocare, non tanto agli estremi del sistema solare, attraente quanto un rifugio antiaereo, ma permanente, della seconda guerra mondiale, quanto nei pressi di un'altra stella. O, altrimenti, dovremmo poter costruire una nave spaziale enorme, che sarà la nuova Terra dell'umanità e prenderà energia da vari "effetti fionda" con altri pianeti e stelle, ammesso che trovi utile o necessario spostarsi.

Ci sono poi anche coloro che pensano che, dato un tempo opportuno (e un miliardo di anni sarebbe largamente sufficiente) si potrebbe colonizzare l'intera Galassia. Il gioco funzionerebbe anche con astronavi di velocità 1% di quella della luce, che sono più o meno quasi alla nostra portata e non richiedono i calcoli che faremo per il razzo ad antimateria. Dalla Terra potrebbero partire successive missioni colonizzatrici (almeno 2) che si impianterebbero su pianeti abitabili a noi vicini, dopo un viaggio di qualche migliaio di anni. Il gioco potrebbe essere rifatto per esempio ogni secolo. Un piccolo equipaggio sbarca su un nuovo pianeta adatto ed è sufficiente, perché si suppone che la colonia si raddoppi ogni 25 anni. In 750 anni si sarà raddoppiata 30 volte, raggiungendo una popolazione di oltre un miliardo di elementi (partendo da due iniziali). Naturalmente questo miliardo di persone si troverà già in uno stato di civiltà assai avanzato e potrà incominciare a colonizzare stelle vicine, sempre con viaggio di qualche millennio. Ma se la Terra e le sue successive colonie colonizzano a loro volta un certo numero di successive colonie (almeno 2 ciascuna), c'è chi ha calcolato (il calcolo non è difficile, basta mettersi d'accordo sul valore dei vari parametri) che in un centinaio di milioni di anni l'intera Galassia, dieci miliardi di stelle, ma non tutte abitabili, potrebbe essere colonizzata. In realtà, per quanto riguarda i tempi, la difficoltà non è il numero di stelle che si vogliono colonizzare, e di generazioni necessarie, ma la velocità con cui lo si può fare; se le nostre astronavi vanno ad un centesimo della velocità della luce, la galassia viene attraversata in 6 milioni di anni. Questo è il minimo tempo assoluto necessario per incominciare a colonizzare l'intera Galassia alla velocità 0. 01 c (c è tradizionalmente il valore della velocità della luce). Naturalmente, se, presi dalla frenesia, usiamo i razzi che studieremo più avanti, allora alla velocità della luce si potrà attraversare la Galassia in 60000 anni, e il tempo di viaggio non sarà più il fattore determinante nel calcolare i tempi di questa colonizzazione. Basterà disporre di una oltraggiosa quantità di antimateria.

La propulsione chimica (con efficienza $< 1.2\ 10^{-8}$, tanta è la frazione di massa che viene trasformata in energia) ci dà velocità dell'ordine di centinaia di km/s, quella a fissione nucleare (con efficienza circa $5\ 10^{-4}$) *forse* 10000 km/s circa, quella a fusione nucleare (con efficienza circa $2.3\ 10^{-3}$) *forse* anche 200000 km/s. L'efficienza del processo usato non è proporzionale alla velocità, perché una bassa efficienza richiede una alta massa di combustibile da far partecipare al viaggio.

Naturalmente, il re dei metodi di propulsione sarebbe l'ancor più ipotetico motore ad antimateria, con 100% di efficienza di conversione della massa in energia, e la possibilità di andare a velocità assai prossime a quelle della luce. Il motore ad antimateria sarebbe anche lo strumento di elezione per esplorare l'Universo, perché l'effetto di dilatazione del tempo permetterebbe, nel corso di una vita umana, addirittura di andare su altre Galassie. Tuttavia, misurata da Terra, la velocità del razzo sarebbe comunque al massimo quella della luce, per cui una stella a 500 anni luce di distanza richiederebbe pur sempre un viaggio di andata e ritorno di circa 1000 anni. In quanto alla visita del centro galattico, potremmo farcela in 10.7 dei nostri anni ad arrivarci e 10.7 a tornare, ma sulla Terra sarebbero intanto trascorsi 60000 anni. Francamente, io avrei paura ad essere il pilota a tali condizioni, e magari preferirei restare su qualche stella dall'altra parte della Galassia. E naturalmente molti film di fantascienza (non dico libri, perché tanto nessuno più legge) che non tengono conto di queste verità scientifiche possono solo creare idee erronee nelle menti di chi li prende più sul serio di quanto meritino. Tutta la serie di "Guerre Stellari" è una montagna di fandonie, il Far West trasportato nell'Universo – a velocità superiore a quella della luce. Qualche decennio fa fu tenuto un congresso di scrittori di fantascienza i quali ammisero (credo) unanimemente che il viaggio interstellare aveva senso solo se si trovava il modo di andare a velocità superiore a quella della luce. E poiché questo era ammesso come impossibile (chi oserebbe andare contro Einstein?) gli scrittori che entrassero in questo tipo di romanzi erano condannati a raccontare fandonie scientifiche. Ora, a tutti gli effetti, come vedremo, si può in certo senso andare a velocità superiore a quella della luce, ma lo scombinarsi dei sistemi temporali relativi al di là di pochi anni di viaggio, renderebbe l'azione impossibile da seguirsi. In effetti, oltre ad andare a velocità superiore a quella della luce, occorre che noi possiamo andare dalla Terra al Centro della Galassia in dieci minuti come andiamo in Metro da Lambrate alla Stazione Centrale di Milano, ma in modo che anche per chi è restato sulla Terra siano passati solo dieci minuti quando gli telefoneremo dal centro della Galassia. Gli telefoneremo? Meglio che non si tratti di una comunicazione urgente, perché la telefonata impiegherà comunque trentamila anni ad arrivare. E non ci vuol molto a comprendere come, se un'astronave andasse a velocità superiore a quella della luce, sarebbe impossibile comunicare con essa dalla Terra.

https://pixabay.com/p-2749365/?no_redirect

La nave spaziale Enterprise, protagonista di Star-Trek, che funzionerebbe con motore ad antimateria, il quale non spinge la nave semplicemente, ma modifica la curvatura dello spazio-tempo circostante la nave, permettendo velocità fino a 140 volte quelle della luce. Recentemente (1994), un modello di meccanismo che provoca una deformazione dello spazio-tempo è stato proposto dal fisico (teorico!) messicano Miguel Alcubierre. Questi dichiarò di esser stato ispirato dalla serie "Star Trek", ma il meccanismo non si contenta di divorare antimateria: richiede materia esotica, energia negativa e via dicendo. Non trattenete il fiato nell'attesa che sia sviluppato.

3. Parentesi matematica.

Tutto questo sono solo parole. Vorrei ora soltanto togliermi nel modo più semplice (spero corretto) possibile, un sassolino dalla mia scarpa, quello di calcolare il moto del più semplice razzo relativistico che funziona con motore – per esempio - ad antimateria. Per questo occorre un poco di matematica da ciclista se si vogliono capire le formule, che del resto possono essere applicate anche senza saperle derivare.

3.1 Le trasformazioni di Lorenz dello spazio di Minkowski, (con l'intervento di funzioni iperboliche)

Se dunque mi si vuol seguire attraverso questa matematica da ciclisti, anzitutto si prenda il mio precedente post "Trasformazioni di Lorenz indimenticabili" (http://dainoequinoziale.it/scienze/scienze-generali/2016/11/07/lorenz1.html)
e si guardi all'equazione valida per le rotazioni, scritta non in termini di seni e coseni, ma in termini della tangente m dell'angolo di rotazione θ (che è eguale a y/x):

$$X = \frac{1}{\sqrt{1+\ m^2}}(x - m\ y)$$

$$Y = \frac{1}{\sqrt{1+\ m^2}}(y +\ m\ x)$$

Ora si sostituisca m = -iβ e si introduca la coordinata ict, che ci permette di utilizzare il formalismo delle rotazioni, con la sola sfortuna che in questo spazio l'angolo di rotazione è immaginario.

Abbiamo ora:

$$X = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\big(x - (-\,\mathrm{i}\,\beta)(\mathrm{ict})\big)$$

$$icT = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}(ict\ \ - \mathrm{i}\,\beta x)$$

Che possiamo scrivere, mantenendo i posti giusti:

$$X = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\big(x - (-\,\mathrm{i}\,\beta)(\mathrm{ict})\big)$$

$$icT = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}(-\,\mathrm{i}\,\beta x + ict)$$

Le equazioni per la rotazione erano partite come:

$$\boldsymbol{X = x\cos\vartheta - y\sin\vartheta}$$

$$\boldsymbol{Y = x\sin\vartheta + y\cos\vartheta}$$

E noi possiamo ridurre le equazioni di Lorenz a forma assai simile.

Quello che era m = tg(θ), è ora -iβ = -i x/ct = tangente di "qualcosa", una sorta di angolo. Ma cosa? Qualcosa a cui si dà in inglese il nome di rapidity, per noi rapidità, *che non è la velocità.*

Se noi torniamo al precedente post, sulle trasformazioni di Lorenz, troviamo che

$$\cos\vartheta = \frac{1}{\sqrt{1+m^2}},\ \text{e}\ \sin^2\vartheta = 1 - \frac{1}{1+m^2},\ \text{da cui}\quad \sin\vartheta = \frac{m}{\sqrt{1+m^2}}.$$

Veniamo ora alla "più bella formula della matematica(!)".

$$e^{ix} = \cos x + i\sin x$$

Ricordo come la si ricava:

1) si prende la serie di McLaurin:

$$f(x) \approx f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 + \frac{f^{iv}(0)}{4!}x^4 + \ldots$$

2) La si calcola per sinx e cosx ricordando che:

f (x)	f(0)	f'(x)	f'(0)	f''(x)	f''(0)	f'''(x)	f'''(0)	$f^{iv}(x)$	$f^{iv}(0)$
sin x	0	cos x	1	-sin x	0	-cosx	-1	sinx	0
cos x	1	-sin x	0	-cos x	-1	sinx	0	cosx	1

Tav.0

Ed ottenendo:

$$\sin x = \left(x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} \cdots\right)$$

$$cos\, x = \left(1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} \cdots\right)$$

3) si calcola ora la serie per e^{ix} ricordando

a) la serie esponenziale (questa bisogna proprio saperla a memoria!):

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots,$$

b) e il fatto che $i^2 = -1$; $i^3 = -i$; $i^4 = 1$, dopodiché il ciclo si ripete;

4) separando ora i termini reali da quelli immaginari abbiamo

$$e^{ix} = \left(1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} \cdots\right) + \; i \left(x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} \cdots\right)$$

Da cui segue immediatamente la formula cercata.

Naturalmente,

$$e^{-ix} = \cos x - i\, sinx$$

perché la sequenza delle potenze di –i è ora $(-i)^2 = -1$; $(-i)^3 = +i$; $(-i)^4 = 1$, dopodiché il ciclo si ripete. Da cui si vede che le potenze pari (cioè in definitiva il coseno) non cambiano segno, mentre le potenze dispari (cioè in definitiva il seno) cambiano segno.

Sommando e sottraendo i due sviluppi in serie otteniamo le importanti formule:

$$\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$$

$$\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

Che succede se poniamo x = iz?

Abbiamo

$$\cos(iz) = \frac{e^{-z} + e^{+z}}{2}$$

$$\sin(i\, z) = \frac{e^{-z} - e^{+z}}{2i}$$

Ora, esistono funzioni "trascendenti elementari" che assomigliano a quelle da noi trovate. Sono il seno e il coseno iperbolico (rispettivamente cosh e sinh). Abbiamo che

$$\cos(iz) = \frac{e^{-z}+e^{+z}}{2} = \cosh z$$

$$\sin(\mathrm{i}\, z) = -i\,\frac{e^{+z}-e^{-z}}{2} = -i sinhz.$$

Cioè,

$$tan(iz) = \frac{\sin(iz)}{\cos(iz)} = -i\tanh(z)$$

Questa è immaginaria, come ci aspettiamo che sia e come è il nostro fattore -iβ.

Diverse proprietà delle funzioni iperboliche sono utili, e chi le conosce ha un certo vantaggio in questo saggio sul volo interstellare.

a) Somma e differenza delle funzioni iperboliche elementari

Ad esempio, è bene sapere che

$$coshz + \sinh z = e^{z} \quad \text{e} \quad coshz - sinhz = e^{-z} \text{ , da cui}$$

$$(coshu + sinhu)(coshv + sinhv) = e^{u+v}$$

$$(coshu - sinhu)(coshv - sinhv) = e^{-(u+v)}$$

La somma delle due espressioni ci dà

$$cosh(u+v)= coshu\ coshv+sinhu\ sinhv$$

e la differenza, analoga forma per *sinh(u+v)= sinhu coshv+ coshu sinhv*

Dal rapporto, si ottiene l'importante formula per *tanh(u+v)*.

$$tanh(u+v) = \frac{sinhu\ coshv + coshu\ sinhv}{coshu\ coshv + sinhu\ sinhv} = \frac{tahnu + tanhv}{1 + tanhu\ tanhv}$$

(L'ultimo passaggio si ottiene dividendo numeratore e denominatore per *coshu coshv).*

Anche importante è la relazione ("iperbolica"):

$cosh^2(z) - sinh^2(z) = 1$ come è immediato verificare.

b) Derivate e integrali elementari

E con altrettanta facilità si verifica:

$$\frac{dcosh(z)}{dz} = sinh(z)$$

$$\frac{dsinh(z)}{dz} = cosh(z)$$

Da cui derivano gli integrali indefiniti delle due funzioni.

c) Espressione delle varie funzioni ioerboliche elementari in termini di tanh(z)

Un'altra relazione utile è:

$$1 - tanh^2(z) = 1 - \frac{sinh^2(z)}{cosh^2(z)} = \frac{cosh^2(z) - sinh^2(z)}{cosh^2(z)} = \frac{1}{cosh^2(z)}$$

Che porge anche

$cosh^2(z) = \frac{1}{1-tanh^2(z)}$ e $cosh(z) = \frac{1}{\sqrt{1-tanh^2(z)}}$

D'altronde è

$cosh^2(z) - sinh^2(z) = 1$, da cui $sinh(z) = \sqrt{cosh^2(z) - 1} = \sqrt{\frac{1}{1-tanh^2(z)} - 1} = \frac{tanhz}{\sqrt{1-tanh^2(z)}}$

d) Applicazione alle trasformazioni di Lorenz

Se ora poniamo -iβ = tanh(z), otteniamo che

$$sinh(z) = \frac{-i\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$cos\,h(z) = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Grazie alle quali le trasformazioni (le coordinate maiuscole sono le nuove coordinate, risultanti dalla trasformazione):

$$X = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\left(x - (-\,\mathrm{i}\,\beta)(\mathrm{ict})\right)$$

$$icT = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}(ict \;-\; \mathrm{i}\,\beta x)$$

Divengono una coppia coerente e suggestiva:

$$X = (x \cosh z \ - (\mathrm{ict}) sinhz)$$

$$icT = (\ x \ \ \sinh z + (\ ict \ ) \cosh z \ \ )$$

La trasformazione inversa è (notando che βdiviene –β):

$$x = (X \cosh z \ + (\mathrm{icT}) sinhz)$$

$$ict = (-X \ \ \sinh z + (\ icT \ ) \cosh z \ \ )$$

Minkowski studiò a fondo un simile spazio (1908), con una coordinata immaginaria. Ponendo *w* = *ict* si ottiene la suggestiva formula (da paragonarsi con quella valida per le rotazioni ordinarie in due dimensioni):

$$\boldsymbol{x = (X \cosh z \ + W \, sinhz)}$$

$$\boldsymbol{w = (-X \ \ \sinh z + \ W \cosh z \ \ )}$$

Come per le rotazioni gli angoli, così nelle trasformazioni di Lorenz le “rapidità” z, o pseudo-angoli, sono additive, il che rappresenta un notevole vantaggio.

Che le z siano additive si deduce dal fatto già visto che

$$\tanh(u + v) = \frac{tanhu + tanhv}{1 + tanhu \ tanhv}$$

3.2 Equazioni del moto. Moto iperbolico.

A questo punto occorre trovare le equazioni del moto del razzo relativistico, nella più semplice varietà, detta “***moto iperbolico***”. Abbiamo qui un razzo che si muove partendo da fermo, con un’accelerazione che nel sistema di riferimento del razzo sceglieremo come costante e pari all’accelerazione di gravità g, in modo che gli astronauti possano vivere comodi come se fossero sulla superficie terrestre, perché per raggiungere la stella più vicina un anno comunque ci vorrà, e sembra che galleggiare senza peso per un anno sia piuttosto noioso. (Questo potrebbe essere necessario se si volesse fare una gran parte del viaggio a velocità costante...perché saremmo senza peso in tali condizioni?) . Invice, con accelerazione g, li astronauti si faranno una stanzetta con il pavimento verso la poppa dell’astronave e il soffitto verso la prua, e vivranno relativamente felici. Oppure, e questa è probabilmente la miglior soluzione, saranno in qualche modo ibernati.

E qui, naturalmente, avendo preparato i ferri del mestiere, dobbiamo usare un po' di matematica sul serio. Al matematico pedone (primo corso di analisi matematica) basta saper utilizzare i risultati. Ma il mio sassolino nella scarpa era proprio quello di voler ricavare questi risultati, che pure erano evidentemente considerati banali dal fisico W. Rindler, essendo quelli di uno dei primi esercizi proposti nel suo libro (quello che usavo all'Università, caldamente consigliato nulla meno che dal Prof. Tullio Regge). Tipicamente, praticamente tutti coloro che spiegano il moto iperbolico presumono come noto che, se l'accelerazione del razzo, in prima approssimazione puntiforme, è una costante, che chiameremo α, l'accelerazione misurata da un osservatore rimasto sulla Terra e quindi (più o meno) fisso, è data da:

(1) $$\frac{du}{dt} = \frac{\alpha}{\gamma^3}$$

ricordando che

$$\gamma = (1 - \frac{v^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}}$$

Questa semplice relazione era il mio sassolino nella scarpa.

Viceversa, potevo facilmente dimostrare le seguenti relazioni, in cui i differenziali vanno calcolati rispetto all'unica variabile che è v:

(2) $$c^2 d\gamma = \gamma^3 v\, dv \quad \text{e} \quad d(\gamma v) = \gamma^3 dv$$

3.2.1 Trasformazione dell'accelerazione dal sistema fisso al sistema in moto iperbolico.

Da quanto precede risulta quindi che vorrei dimostrare la relazione:

$$\alpha = \frac{d}{dt}[\gamma(u)du]$$

Evidentemente, l'accelerazione vista da Terra varia col tempo. L'astronauta ad ogni istante passa da un sistema di riferimento inerziale, che si muove a velocità U, ad un sistema inerziale che ha velocità U+$\alpha\, dT$ nel suo sistema di riferimento *(useremo le maiuscole per le coordinate nel sistema di riferimento del razzo, e le minuscole per gli osservatori fissi (più o meno) sulla Terra).*

Ho cercato per anni il modo più diretto e, se possibile, brillante di provare questa relazione, ma mi sono dovuto rassegnare. Bisogna fare una derivata: nulla di speciale, ma bisogna farla.

Nel sistema dell'astronauta (coordinate maiuscole) dovremo trovare che

$$\frac{dU}{dT} = \alpha$$

Il prodigio si compie calcolando dU e dT in termini di du e dt mediante le trasformazioni di Lorenz, e facendo il rapporto.

Non possiamo aver dimenticato dT, che proviene direttamente da una delle equazioni della trasformazione di Lorenz.

$$dT = \gamma\,(dt - \tfrac{v}{c^2}dx).$$

$$dT = \gamma\, dt\,(1 - \frac{v}{c^2}\frac{dx}{dt})$$

dx/dt è, *per esempio,* la velocità di un esperimento che si fa dentro il razzo, e quindi dT si trasforma come

$$dT = \gamma\, dt\,\left(1 - \frac{uv}{c^2}\right)$$

Per dU le cose sono più complicate: Assumendo naturalmente che il moto sia lungo l'asse x, abbiamo che

$$U = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

La nostra variabile indipendente è *u*, e quindi

$$dU = \left[\frac{du}{1-\frac{uv}{c^2}} - \frac{u-v}{\left(1-\frac{uv}{c^2}\right)^2}\frac{d}{du}(1 - \frac{uv}{c^2})\right] = \frac{du}{1-\frac{uv}{c^2}} + \frac{(u-v)}{(1-\frac{uv}{c^2})^2}\frac{v\,du}{c^2}$$

E finalmente,

$$\alpha = \frac{dU}{dT} = \frac{du}{dt}\frac{1}{\gamma}\frac{1}{(1 - \frac{uv}{c^2})^2} + \cdots$$

Ma ora è giunto il momento di osservare che l' esperimento è il moto del razzo stesso e quindi, visto dall'osservatore terrestre la velocità ($u = dx/dt$) , è la stessa del razzo, cioè *v*. Oppure si può pensare ad un esperimento fatto dentro il razzo: dato che questo è puntiforme, u è la stessa del razzo, cioè *v*. Il secondo temine va dunque a zero, e ci resta:

$$\alpha = \frac{dU}{dT} = \frac{du}{dt}\frac{1}{\gamma}\frac{1}{(1-\frac{v^2}{c^2})^2} = \frac{du}{dt}\frac{1}{\gamma}\gamma^4 = \gamma^3\frac{du}{dt} = \frac{d}{dt}[\gamma(u)du]$$

La seconda relazione è la (2) riscritta per u variabile indipendente.

L'equazione viene immediatamente integrata (per α costante), e ci dà:

$$\alpha t = \gamma(u)u = \frac{u}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

a) Velocità (integrale dell'accelerazione)

Si ricava la u ad esempio facendo il quadrato:

$$\alpha^2 t^2\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right) = u^2$$

$$\alpha^2 t^2 = u^2(1+\frac{\alpha^2 t^2}{c^2})$$

la cui radice quadrata ci dà la velocità del razzo interstellare misurata dalla Terra.

$$u = \frac{\alpha t}{\sqrt{1+\frac{\alpha^2 t^2}{c^2}}} \text{ ovvero } \frac{u}{c} = \frac{\alpha t}{\sqrt{c^2+\alpha^2 t^2}} \text{ e } u = \frac{c}{\sqrt{1+\frac{c^2}{\alpha^2 t^2}}}$$

L'ultima frazione ci assicura che, inevitabilmente, anche qui u sarà sempre inferiore a c, in quanto il denominatore è maggiore di 1.   Ci sarebbe anche una costante arbitraria di cui disponiamo, ponendo u= 0 al tempo t=0.

b) Distanza percorsa (integrale della velocità)

Poiché $u = \frac{dx}{dt}$, un'altra integrazione ci dà la distanza percorsa nel sistema di riferimento fisso. L'integrale è particolarmente semplice, in quanto il termine *t dt* è il differenziale di t^2.

Il risultato è (ponendo eguali a zero i valori iniziali, cioè x = 0 per t= 0)

$$x = \frac{c}{\alpha}\sqrt{c^2 + \alpha^2 t^2} - \frac{c^2}{\alpha} = \frac{c^2}{\alpha}\left(\sqrt{1 + \left(\frac{\alpha t}{c}\right)^2} - 1\right)$$

Che, quadrato membro a membro, ci dà, raccogliendo i termini

$$(x + \frac{c^2}{\alpha})^2 - \frac{c^2}{\alpha^2}(c^2 + \alpha^2 t^2) = 0$$

Equazione che a sua volta ci può dare l'equazione del moto riordinando i termini:

$$x^2 + \frac{2xc^2}{\alpha} - c^2 t^2 = 0$$

Risolvendo rispetto a t, abbiamo un'altra espressione utile:

$$t = \sqrt{\frac{x^2}{c^2} + \frac{2x}{\alpha}}$$

Dalla quale discende un'imprevedibilmente semplice espressione per il fattore γ

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{\frac{\alpha t}{c}}{\sqrt{1 + \frac{\alpha^2 t^2}{c^2}}})^2}} = \sqrt{1 + \frac{\alpha^2 t^2}{c^2}} = \sqrt{1 + \frac{\alpha^2\left(\frac{x^2}{c^2} + \frac{2x}{\alpha}\right)}{c^2}}$$

E quindi $\sqrt{1 + \frac{\alpha^2\left(\frac{x^2}{c^2} + \frac{2x}{\alpha}\right)}{c^2}} = \sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{c^2}(\frac{x^2}{c^2} + \frac{2x}{\alpha})} = \sqrt{1 + \frac{\alpha^2 x^2}{c^4} + \frac{2\alpha x}{c^2}} = 1 + \frac{\alpha x}{c}$

In quanto all'equazione del moto, se avessimo scelto la costante di integrazione $x = \frac{c^2}{\alpha}$, per t =0, invece che x = 0 , allora avremmo ottenuto la più perspicua:

$$x^2 - c^2 t^2 = \frac{c^4}{\alpha^2}$$

La curva risultante è un'iperbole (d'onde il nome di moto iperbolico), da paragonarsi al moto "newtoniano" in cui, in caso di accelerazione costante a, avremmo: $x = \frac{1}{2}at^2$, cioè un moto parabolico.

Sono ora utili il tempo proprio e la rapidità.

Ricordiamo che il tempo proprio, che indicheremo con τ, è il tempo misurato sul razzo, da un orologio fisso ($dX = 0$) nel sistema di riferimento del razzo. Usando solo le coordinate x e t, abbiamo, per la costanza della velocità della luce, in qualsiasi sistema sia misurata,

$$dX^2 - c^2 d\tau^2 \;=\; dx^2 - c^2 dt^2 \text{ , con dX = 0}$$

$$-c^2 d\tau^2 = \; dx^2 - c^2 dt^2 = \; -c^2 dt^2 (1 - (\frac{dx}{dt})^2)$$

Se dx/dt (velocità relativa dei due sistemi) è variabile, il tempo proprio totale su un periodo t sarà:

$$\tau \;=\; \int_0^t \sqrt{1 - (\frac{u}{c})^2}\;\, dt$$

Nel nostro caso abbiamo:

$$\tau \;=\; \int_0^t \sqrt{1 - (\frac{u}{c})^2}\;\, dt$$

$$\tau \;=\; \int_0^t \sqrt{1 - \frac{(\frac{\alpha t}{c})^2}{1+\frac{\alpha^2 t^2}{c^2}})}\;\, dt \;= \int_0^t \sqrt{\frac{1}{1+\frac{\alpha^2 t^2}{c^2}}}\;\, dt = \frac{c}{\alpha} \text{arcsinh}(\frac{\alpha t}{c})$$

Possiamo anche introdurre la distanza usando l'espressione trovata per t in funzione di x:

$$\tau \;= \frac{c}{\alpha} \text{arcsinh}(\frac{\alpha}{c} \sqrt{\frac{x^2}{c^2} + \frac{2x}{\alpha}})$$

Qui abbiamo sfruttato il fatto che l'integrale $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}$ = arcsin(x), come si può ricavare dalle tavole di integrali (quando si è giunti "alle quadrature" il problema è dato per risolto!), oppure ponendo x = sinh y, da cui l'integrale diviene (da $cosh^2 y = 1 + sinh^2 y$)

$$\int \frac{1}{coshy} coshy\; dy = y = arcsinhx$$

Inutile dire che ne risulta : $\sinh(\frac{\alpha\tau}{c}) \;=\; \frac{\alpha t}{c}$ ovvero $t = \frac{c}{\alpha} \sinh(\frac{\alpha\tau}{c})$

In quanto alla ***rapidità***, che chiameremo φ, notiamo che

$$\frac{u}{c} = \frac{\alpha t}{\sqrt{c^2+\alpha^2 t^2}} = \frac{\frac{\alpha t}{c}}{\sqrt{1+(\frac{\alpha t}{c})^2}} = \tanh\varphi = \frac{\sinh\varphi}{\cosh\varphi} = \frac{\sinh\varphi}{\sqrt{1+\sinh\varphi^2}}$$

Da cui risulta ovvia l'identificazione di $\sinh\varphi = \frac{\alpha t}{c}$, ovvero $\varphi = \text{arcsinh}\,(\frac{\alpha t}{c})$; da questa, utilizzando il tempo proprio e la relazione $\sinh\varphi = \sinh\left(\frac{\alpha\tau}{c}\right)$ si ottiene che la rapidità, come avremo sempre sospettato, è data da:

$$\varphi = \frac{\alpha\tau}{c}$$

La rapidità è utile per organizzare i nostri calcoli, in quanto, come sappiamo,

$$\frac{u}{c} = \frac{\alpha t}{\sqrt{c^2+\alpha^2 t^2}} = \tanh(\varphi) = tanh\,\frac{\alpha\tau}{c}\ , \text{e}\quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\sinh^2(\frac{\alpha\tau}{c})}{\cosh^2(\frac{\alpha\tau}{c})}}} = cosh\left(\frac{\alpha\tau}{c}\right)$$

Siamo ora in porto, e possiamo costruire la tavola che mette in relazione il tempo proprio T, o tempo del razzo, il tempo terrestre t , la distanza percorsa x. Per semplificare ancora i conti, notiamo che le varie unità con cui misuriamo tempi e distanze devono solo essere coerenti. Noi useremo anni luce (ly) per le distanze, anni luce/ anni (ly/yr) per le velocità e anni luce/anni^2 per le accelerazioni. Avremo che c =1 ly/yr Se scegliamo come nostra accelerazione l'accelerazione di gravità g, essa risulta: g = 980* 31536000/ 30000000000 = 1.03 ly/yr^2.

Tavola 1

$T = \tau$ (anni)	$t = \frac{c}{g}\sinh(\frac{g\tau}{c})$ anni	$x = \frac{c^2}{g}\left(\sqrt{1+\left(\frac{gt}{c}\right)^2} - 1\right)$ anniluce
1 giorno, 1/365	0.027	3.86 10^{-6} anni =121 secondi
1	1.186	0.56
2	3.75	2.90
5	83.70	82.73
8	1839.58	1838.61
12	113243	113242
40	3.79 10^{17}	3.79 10^{17}

Si vede dalla tabella come l'età dell'astronauta diventi rapidamente enorme, misurata dalla terra. In 10.7 anni si potrebbe raggiungere il centro della Galassia, a circa

30000 anni luce, quindi andando ad una velocità “ibrida” (spazio misurato dalla Terra, tempo misurato dall’astronauta), apparentemente 2800 volte superiore a quella della luce: l’astronauta stesso, quando arriverà al Centro della Galassia, penserà di aver percorso il 10.7 anni la distanza che sa essere di 30000 anni luce – ma nel sistema di riferimento terrestre. Però sappiamo che spazio e tempo vanno misurati nello stesso sistema di riferimento, e gli astronauti , con misure fatte nel loro sistema di riferimento, con distanze contratte e tempi dilatati, troveranno di non aver superato la velocità della luce: la velocità relativa tra il sistema degli astronauti e quello fisso, β, resterà tanh(φ), sempre inferiore a 1.

Tuttavia, in quarant’anni si andrebbe ben al di là dei limiti dell’universo osservabile, circa 16 10^9 anni luce.

Il modello di viaggio può essere complicato, assumendo di dividerlo, ad esempio, in quattro parti: si accelera fino a metà strada di dove si vuole andare, si decelera di lì al luogo prescelto, ci si ferma, si fa un po’ di shopping, e poi compie allo stesso modo il viaggio di ritorno, dividendo il viaggio in due parti, in modo da arrivare sulla Terra a velocità 0. Con questo sistema si godrebbe sempre di una comoda accelerazione g. Si fa insomma 4 volte metà del viaggio alla meta. Le equazioni sono le stesse, a parte il fatto che l’accelerazione nella seconda metà del viaggio è negativa.

Nel sito http://math.ucr.edu/home/baez/physics/Relativity/SR/Rocket/rocket.html, a cui mi sono in gran parte ispirato per questo saggio, viene data la formula per arrivare alla meta a velocità 0 (il ritorno richiederà il doppio del tempo), valida per distanze relativamente modeste, diciamo all’interno della Galassia, ove l’espansione dell’Universo, di circa 70 km/s/Mpc non si fa ancora sentire.

Anzitutto si calcola $T = \frac{2c}{g}\, arcosh[\frac{gd}{2c^2} + 1]$ = *1.94 arcosh(n/1.94 +1)* dopodiché si applicano le formule precedenti. Nella seconda formula qui data, n è il numero di anni luci di distanza a cui si trova la meta. Nel sito sono calcolati i tempi propri per raggiungere determinate mete, usando la tattica dell’accelerazione/decelerazione.

Tavola 2

Distanza (anni luce)	**Meta a cui ci si ferma**	**T, tempo proprio (anni)** $\tau = \frac{c}{\alpha} \text{arcsinh}(\frac{\alpha}{c}\sqrt{\frac{x^2}{c^2} + \frac{2x}{\alpha}})$
1.28 s,	Luna	3.9 10^{-4}
4.3	Stella più vicina	2.30
27	Vega	3.9

30000	Centro della Galassia	10.71
2000000	Nebulosa di Andromeda	14.78

Il sito http://www.zitterbug.net/future/future815.html permette di fare calcoli a piacere, inserendo parametri appropriati.

L'ipotetico lettore è invitato a calcolare quanto varino le distanze percorse passando ad un'accelerazione $\alpha = 1.5$ *invece che* $\alpha = g$. *Con gli esponenziali non si scherza.*

3. Quanto propellente è necessario? Quanto costa?

Come abbiamo visto, un motore sufficentemente efficiente , in pratica solo un motore ad antimateria, sembra risolvere il problema del viaggio interstellare. Naturalmente non si ha ancora la minima idea su come costruire un tale motore. Ma una stima della massa di antimateria che dobbiamo portare con noi la si può fare.

Occorrono due equazioni:

1) Alla partenza, tutta l'energia è di massa, parte di combustibile (M), e parte di carico utile (m) . Già il fatto che assegniamo la maiuscola al combustibile dovrebbe preoccupare un tantino chi fa il calcolo. Quindi:

$$E_{iniziale} = (M + m)\, c^2$$

A fine corsa, se non abbiamo trasportato combustibile inutile, dovremmo aver trasformato tutta l'energia del combustibile in fotoni di annichilazione, mentre il carico utile dovrebbe aver raggiunto una velocità alla quale corrisponde un opportuno fattore γ.

$$E_{finale} = \gamma\, mc^2 + E_L$$

Per la conservazione dell'energia, l'energia finale fovrebbe essere eguale all'enegia iniziale:

$$(M + m)\, c^2 = \gamma\, mc^2 + E_L$$

2) Occorre ora eguagliare il momento iniziale al momento finale del sistema. Il momento iniziale, con astronave che parte con velocità 0, è nullo. Il momento finale, che deve essere pure nullo è costituito dalla radiazione che va all'indietro e dal carico utile che va in avanti con il suo fattore γ. Si ricorda che il momento della radiazione vale E_L/c.

Abbiamo quindi:

$$0 = \gamma\, mv - E_L/c$$

Si elimini E_L:

$$(M + m) c^2 = \gamma (mc^2 + mvc)$$

Il rapporto combustibile/carico utile lo si ottiene dividendo per mc^2 e riordinando i termini:

$$M/m = \gamma (1+ v/c) -1$$

Questo risultato dipende solo dallo stato iniziale e dallo stato finale dell'astronave, indipendentemente dal metodo di passare dall'uno all'altro. Ma né il fattore γ né la velocità v/c sono sempre immediati da calcolarsi. Tuttavia, *nel caso di un'accelerazione costante (nel nostro caso g),* noi conosciamo $\gamma = \cosh(g\tau/c)$, mentre $v/c = \tanh(g\tau/c)$.

Sostituendo abbiamo:

$$M/m = \cosh(g\tau/c) (1+ \tanh(g\tau/c))-1$$

$$= \cosh(g\tau/c) + \sinh(g\tau/c) -1 = \exp(g\tau/c) -1$$

in cui bisogna naturalmente includere il tempo proprio calcolato in precedenza, tanto nel caso in cui non ci si arresta quanto nel caso in cui ci si arresta.

Tavola 3

Meta	Distanza anni luce	Tempo proprio senza fermarsi (anni)	M/m Senza fermarsi	Tempo proprio fermandosi	M/m fermandosi
Luna	1.28 secondi luce	$2.8\ 10^{-4}$	$2.8\ 10^{-4}$		
Stella più vicina	4.3	2.3	9.7	3.6	39.8
Vega	27	3.9	54.5	6.6	895
Centro della Galassia	30000	10.71	61776	20.0	$8.84\ 10^{8}$
Galassia di Andromeda	2000000	14.78	$4.08\ 10^{6}$	28	$3.35\ 10^{12}$

Qual è la massa di un'astronave, carico utile, per viverci decentemente? Certo più di 25 tonnellate, approssimativamente la massa dell'Orbiter dello Space Shuttle. Anche per lo Shuttle, naturalmente la massa del combustibile alla partenza era assai superiore a quella dell'Orbiter. Tuttavia, la maggior parte del combustibile era bruciato in partenza e i grandi serbatoi erano rilasciati. Questo imprimeva allo Shuttle una velocità sostanzialmente costante, creava un sistema inerziale, si creava assenza di peso etc. Non restava nessuna possibilità di ottenere una comoda accelerazione g costante, a parte un poco di combustibile lasciato per la decelerazione in atterraggio e altre manovre.

Andando ad una stella circa alla distanza di Vega, e volendocisi fermare, vediamo che occorrono come minimo 25000 tonnellate di antimateria. Vediamo quindi quanto siano sbagliate le proporzioni del disegno della "Enterprise spaceraft" di StarTrek, che usava un metodo diverso di propulsione, ma difficilmente avrebbe potuto accontentarsi di una massa inferiore di combustibile per il suo motore ad antimateria.

Questo valore, secondo me, rende e renderà per molto tempo a venire, se non per sempre, impossibile utilizzare un motore del genere. Per convincersene si possono considerare alcune variabili tutte avverse:

1) la produzione dell'antimateria: i positroni sono più a buon mercato, e oggi si stima che un grammo di positroni possa costare intorno ai 25 miliardi di dollari. Gli antiprotoni, più pesanti, costano di più, circa 62.5 miliardi di dollari per grammo. Ma, producendo un antiprotone per volta, non si può parlare di produzione industriale. Occorre dunque trovare il modo di avviare una produzione industriale di antimateria.

Il GNP mondiale oggi è circa 1.21 10^{14} dollari, un grammo di antimateria costa 2.5 10^{10} dollari. Naturalmente, solo in condizioni disperate potremmo pensare di utilizzare l'intero GNP mondiale per produrre antimateria. Se si dedicasse a questo scopo metà del famoso 3% destinato alla ricerca (cifra ideale che pochi Paesi raggiungono), sarebbero disponibili circa 2 10^{12} dollari, e potremmo produrre 80 grammi di antimateria all'anno. Le 1000 tonnellate che occorrono per andare a visitare Vega e zone limitrofe (ai costi e GNP attuali) richiederebbero 12 500 000 anni per essere prodotte. Penso che per lungo tempo ci dovremo rassegnare a esplorare il sistema solare, anche se il GNP crescerà e il costo diminuirà, ciò che in verità è assai probabile.

2) Conservazione dell'antimateria: è assai difficile intrappolare l'antimateria. Finora (2017) la vita più lunga di un pacchetto di qualche milione di particelle si aggira sulla settimana. Come abbiamo visto, noi dovremmo conservarla per milioni di anni.

Insieme, i punti (1) e (2) renderebbero l'impresa assai sgradita all'opinione pubblica. In ogni caso, è quasi certo che nessuno vorrebbe una fabbrica di antimateria o un deposito della medesima vicino a casa sua.

3) Gestione dell'antimateria in un eventuale motore. Secondo stime della NASA bastano "qualche decina di mg di antimateria", al modesto costo di qualche 250 milioni di dollari, per un volo su Marte (Tavola 3 darebbe assai di più: penso che si tratti di qualche decina di milligrammi per kg)). Si noti che 10 mg di antimateria rappresentano l'energia di 1/50 della bomba di Hiroshima.

(https://www.nasa.gov/exploration/home/antimatter_spaceship.html).

Conclusione.

La *massa* di antimateria necessaria è dunque proibitiva, il *costo* pure, molti *rischi* connessi al viaggio (che cercherò di presentare in maggior dettaglio in futuro) non sono facilmente evitabili e *l'interesse attuale* è tutto sommato modesto. Per ora credo che questo tipo di progetti dovrà attendere.

Ma, ricordiamocelo, quando si costruì la ferrovia Torino-Genova, nel lontano 1845-1853, furono sollevate obiezioni, perché a quel tempo c'erano tre diligenze postali alla settimana (tre andate e tre ritorni) che effettuavano il servizio con soddisfazione generale. Una diligenza del tempo poteva portare fino a trenta persone (così Wikipedia, ma ci credo poco: 20 mi sembra un numero più ragionevole). Quindi, meno di 100 persone ad andare e 100 a tornare usufruivano del servizio, in un periodo in cui a Torino c'erano 130 000 abitanti. A chi poteva interessare la costruzione di una ferrovia? Non c'era modo migliore di spendere i soldi?

La diligenza del Gottardo (10 posti)

(da https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/b3/Gotthardpostkutsche.jpg)

Post Scriptum: Piacevolezze del viaggio.

Il moto del razzo relativistico presenta alcune interessanti peculiarità:

1) Segnali inviati da terra all'astronave alla velocità della luce dopo il tempo c/g non possono più raggiungere l'astronave (ciò che toglie un po' del divertimento del viaggio: niente più conversazioni con amici e parenti, neppure in differita; niente telegiornale).

In altre parole, alle spalle dell'astronave si forma un "orizzonte" (a distanza $-c^2/g$) che inghiotte a poco a poco tutto l'universo.

2) La testa di un astronauta semplicemente in piedi o anche seduto, invecchia più rapidamente dei piedi del medesimo.Gli orologi posti sul soffitto sono in anticipo rispetto a quelli del pavimento. Questo è abbastanza evidente se pensiamo che la lunghezza dell'astronauta (nell'ipotesi che sia disposto longitudinalmente nel senso del moto) in un moto accelerato passa da un sistema di riferimento ad uno più veloce e quindi – nel sistema di riferimento Terrestre, si accorcia secondo per secondo, il che ci dice che l'accelerazione della testa è differente da quella dei piedi. Ma è la testa che rallenta o sono i piedi che accelerano?

3) Raggi cosmici e radiazione, in particolare la radiazione universale di fondo "corpo nero" a 3 gradi Kelvin si focalizzano a prua dell'astronave e fotoni e particelle raggiungono presto energie tali da fondere qualsiasi materiale oggi noto. La schermatura di una simile astronave potrebbe rivelarsi un vero problema.

Mi riservo di studiare in maggior dettaglio questi aspetti del razzo in moto iperbolico in una futura pagina del DE, insieme a qualche commento su altri tipi di propulsione, più o meno fantasiosi, proposti.