IL "MISTERIOSO" NUMERO 6174

Risposta a una domanda comparsa su Quora:

Perché 6174 è un numero misterioso?

Il numero **6174** è la cosiddetta **costante di Kaprekar,** da *Dattatreya Ramchandra Kaprekar* (1905-1986), matematico indiano che descrisse diverse classi di numeri naturali tra cui i numeri di Kaprekar (1980), i numeri Harshad (1955, in sanscrito *harshad* significa *grande gioia*) e i numeri Colombiani (1949). Scoprì inoltre la **costante di Kaprekar (1949)** , che porta il suo nome. Pur non avendo una formazione accademica avanzata e lavorando come insegnante, produsse diverse pubblicazioni, e divenne ben noto nei circoli di matematica ricreativa.

1. La costante di Kaprekar, 6174, non è un numero di Kaprekar.

Vanno fatte alcune osservazioni. Anzitutto, la **costante** di Kaprekar, 6174, non è un **numero di Kaprekar**.

I **numeri di Kaprekar** hanno la proprietà che il loro quadrato può essere spezzato in due numeri la cui somma riproduce il numero di partenza. https://it.wikipedia.org/wiki/Numero_di_Kaprekar. L'edizione italiana dice il minimo indispensabile, come per esempio che i numeri di Kaprekar dipendono dalla base numerica e che per ogni base ce ne sono infiniti. Ma come il solito se si vuole imparare qualcosa bisogna passare ad altre edizioni di Wikipedia.

Esempi: 9^2 = 81, e 8+1 = 9, il numero di partenza; 297^2 = 88209 e 88+209 = 297. Eccetera. Come si è detto, i numeri di Kaprekar dipendono dalla base. In base 10 ci sono 17 numeri di Kaprekar minori di 10000: 1, 9, 45, 55, 99, 297, 703, 999, 2223, 2728, 4879, 4950, 5050, 5292, 7272, 7777, 9999, (una infernale domanda per un eventuale test è quindi chiedere "il prossimo termine della successione **1,9,45,55**…). Ma intanto, come si vede, la "costante di Kaprekar, 6174" non è un "numero di Kaprekar". Un po' come 1 è il primo numero, ma il consenso dei matematici è che non sia un numero primo.

2. L'algoritmo di Kaprekar, da cui emerge la costante di Kaprekar.

La costante di Kaprekar non ha nulla a che vedere con tutto ciò. Essa viene trovata usando il cosiddetto "Algoritmo di Kaprekar", come segue:

1) Si scelga un numero naturale n in qualche base (di solito base 10). Questo è il primo numero della sequenza.
2) Si crei un nuovo numero n* ordinando le cifre di n in ordine decrescente e un altro nuovo numero n** ordinando le cifre di n in ordine crescente. Questi numeri possono avere zeri iniziali, che possono essere scartati (o in alternativa, conservati: in quanto segue di norma li conserverò). Eseguire la sottrazione n* - n** per produrre il numero successivo della sequenza, m.
Ripetere il passaggio 2, con m* e m** formati in modo analogo.

Tutto ciò fino a che….

Ad esempio, limitandoci a numeri di quattro cifre, in base , se iniziamo con 3524, otteniamo:
5432 - 2345 = 3087
8730 - 378 = 8352
8532 - 2358 = 6174
7641-1467 = 6174 (questo valore si ripete indefinitamente)

Abbiamo dunque trovato la costante di Kaprekar, *a cui si giunge al massimo con 7 iterazioni (in questo caso tre).* ***Qualsiasi numero di quattro cifre,*** *a parte quelli con quattro cifre eguali, ci porterebbe alla stessa costante.*

Una tale costante ha anche il nome di "Nucleo "(Kernel) dell'algoritmo di Kaprekar per un certo numero di cifre, in questo caso 4.

Si noti che qui esistono tre proprietà: la prima è che 6174 è **l'unico numero di quattro cifre** che rimane invariato applicando l'algoritmo di Kaprekar; la seconda è che **tutti i numeri di quattro cifre**, applicando un numero finito di volte l'algoritmo di Kaprekar, finiscono in trappola nella costante di Kaprekar. La terza proprietà è che basta applicare un **massimo di sette volte** l'algoritmo di Kaprekar per un numero qualsiasi di quattro cifre, per finire intrappolati nel fatidico 6174.

Di queste proprietà io dimostrerò soltanto la prima, anche se non propriamente per il caso generale
Delle altre due proprietà non mi risulta che esista la dimostrazione.

La curiosità di queste proprietà, soprattutto quelle non dimostrate, ha fatto dare al numero 6174 l'appellativo di "Misterioso".

Ma….

1)Il numero dipende dalla base, che per 6174 è 10. In *nessuna* altra base, 6174 è un "nucleo", almeno fino a Base=10

2) I numeri in cui tutte le cifre sono eguali non portano evidentemente alla costante di Kaprekar, ma danno subito 0000, e di lì non ci si muove più. Sono però solo nove su circa 9000 (non 10000: i primi 999 numeri hanno solo tre cifre!).

3) Pur restando in base 10, lo stesso algoritmo può essere applicato a numeri che hanno un differente numero di cifre, con i seguenti risultati:

3 a) Se si scelgono numeri di una cifra e si applica l'algoritmo di Kaprekar, ovviamente il risultato è subito 0, perché il numero ordinato in senso crescente o decrescente è sempre la stessa cifra.

3 b) Se si scelgono **numeri di due cifre e le cifre 1,2,3,4… vengono scritte come 01, 02, 03, 04,** allora si entra in un **ciclo**: un esempio è 90: 90 -09= 81; 81-18=63; 63-36 = 27; 72-27 = 54; 54-45= 09 e siamo da capo. Su Wikipedia, edizione francese, viene detto invece che partendo da 90 si giunge a zero. Ma mi sembra ovvio che se non si tengono gli zeri, e si giunge a un numero con una cifra sola, si cade nel caso precedente, e il "kernel" resta zero. Per questo preferisco tenere lo zero all'inizio del numero, per mantenere costante il numero di cifre su cui lavoro.

3 c) Se si scelgono numeri di tre cifre e non si ammette 0 come prima cifra, si trova una **differente costante di Kaprekar, che vale 495**. In altre parole, dato un numero abc scritto come **0abc** si arriva prima o poi a **6174**, mentre se lo si mantiene come **abc**, il risultato è **495**, purché, naturalmente, a,b,c non siano la stessa cifra. La costante 495 viene raggiunta al più 6 iterazioni.

Per motivi che mi sfuggono, a parte il motto latino "*ubi maior, minor cessat*", il numero 495 non è famoso né "misterioso" come 6174, pur avendo le stesse proprietà.

4) Per numeri con più di 4 cifre, ci sono due possibilità (a parte la possibilità 0 per i numeri degeneri, formati da cifre eguali):
i) il numero termina in una di varie costanti di Kaprekar (per quanto si sa – ma non so fino a che punto siano stati analizzati i numeri che hanno più di quattro cifre , **soltanto i numeri di tre cifre o quattro cifre hanno un unico kernel, 495 e 6174 rispettivamente**);
ii) il numero entra in un ciclo di lunghezza varia, i cui numeri si ripetono in ordine, come dal seguente elenco:

Num. cifre	Risultato e commenti
1	tutti i numeri terminano in 0
2	tutti i numeri terminano nel ciclo 27,45, 09, 81, 63 (i multipli dispari di 9, a parte 99, che escludiamo perché formato da due cifre eguali).
3	Tutti i numeri di 3 cifre (esclusi quelli formati da cifre eguali) terminano nella costante di Kaprekar, o nucleo, **495.**
4	Un solo nucleo o costante di Kaprekar per eccellenza, **6174**
5	I numeri di 5 cifre possono terminare in uno dei seguenti tre cicli, che si ripetono in ordine. 1) 53955, 59994 (in 3002 casi) 2)(ciclo) 62964, 71973, 83952, 74943 (in 43219 casi) 3) (ciclo) 61974, 82962, 75933, 63954 (in 43770 casi)
6	Esistono due nuclei di Kaprekar e un ciclo: 1) 54994 (in 1815 casi) 2) 631764 (in 56180 casi) 3) (ciclo) 420876, 851742, 750843, 840852, 860832, 862632, 642654 (in 841996 casi)
7	Esiste un solo ciclo, in cui finiscono tutti i numeri di 7 cifre, eccetto i casi a cifre eguali: 7509843, 9529641, 8719722, 8649432, 7519743, 8429652, 7619733, 8439552
8	Esistono due nuclei e due cicli: (1) 63317664 (nucleo, per 556234 casi); (2) 97508421 (nucleo, in 2041186 casi) (3) ciclo 43208766, 85317642, 75308643, 84308652, 86308632, 86326632, 64326654, in 44202099 casi) (4) ciclo 64308654, 83208762, 86526432 (in 43200472 casi)

https://fr.wikipedia.org/wiki/Algorithme_de_Kaprekar#Constante_de_Kaprekar

In altre basi ci sono altre **costanti** di Kaprekar: uniche come le due finora trovate in base 10 ho identificato 9 in base 2, 30 (due cifre decimali) in base 4; 392 (tre cifre decimali) in base 5; 105 (tre cifre decimali) in base 6; 252 (tre cifre decimali) in base 8, eccetera.

http://mathworld.wolfram.com/KaprekarRoutine.html

Da questo stesso sito si può scaricare un utile Mathematica Notebook. Francamente, guardando la tavola precedente, quello che mi sorprende non sono tanto i due isolati 495 (che riguarda 900 numeri circa) e 6174 (che riguarda 9000 numeri), quanto il quadro generale. Milioni di numeri, applicando quante volte bastano l'algoritmo di Kaprekar, finiscono *invariabilmente e rapidamente* in una manciata di numeri. Consideriamo per esempio i numeri di 7 cifre, circa 9 milioni di essi. Uno potrebbe trovare naturale che ci fosse un kernel di Kaprekar ogni circa 10000 numeri, cioè novecento "kernel" di Kaprekar. Sarebbe difficile ricordarli tutti, e non apparirebbero più tanto misteriosi, ma il fenomeno sarebbe altrettanto stupefacente. Invece no: questi nove milioni di numeri finiscono tutti in un unico ciclo di otto numeri, intimamente legati fra loro, cioè una sola "trappola di Kaprekar". Facendo qualche tentativo non sistematico col Mathematica Notebook citato, non ho trovato per questi numeri percorsi di più di 10 passi verso la trappola. E anche i numeri con ancor maggiori numeri di cifre non sembrano da meno. Che cosa significano queste trappole in cui l'algoritmo di Kaprekar spedisce fulmineamente milioni di numeri?

Come si formano? Quante ce ne sono? Il numero di passi necessario per cadere in trappola, procedendo senza alcuna sistematicità, sembra crescere assai lentamente: ho fatto qualche tentativo per numeri di 12 cifre (stiamo parlando di centinaia di miliardi di numeri), e ho trovato sempre che bastavano meno, talvolta assai meno, di dieci passi per cadere in trappola. Divenuto più ambizioso, ho provato con 334721141647591482775861123000966819222777157975440723421 (57 cifre), che in otto passi cade nella trappola di quattro numeri che inizia con 988888876666554444432222209999987777765555544333321111111.

Il numero ottenuto replicando il numero di 57 cifre di partenza cade in trappola (ancora un ciclo di 4 numeri) dopo 13 passi (il numero ha 114 cifre ed è: 334721141647591482775861123000966819222777157975440723421334721141647591482775861123000966819222777157975440723421).

Data la velocità del processo, Mathematica impiega di norma tempi sbalorditivamente brevi per eseguire questi calcoli, anche se i numeri appaiono enormi.

Alcune osservazioni possono tuttavia indicare una via per spiegare almeno la rapidità della convergenza. È evidente che se due numeri p e q, applicando l'algoritmo un certo numero di volte, arrivano ad uno stesso numero n, che non è ancora la costante o un ciclo di Kaprekar, di lì in avanti procederanno insieme e arriveranno alla stessa meta. Per quanto riguarda la velocità del processo con cui questa fusione dei diversi cammini avviene, occorre notare che quando un numero, per esempio 5314 viene sottoposto al primo passo dell'algoritmo, poiché le cifre vanno disposte in ordine di grandezza, crescente e decrescente, esso perde la sua *individualità*. Se tutte le cifre sono diverse, 24 numeri portano allo stesso risultato del primo passo, che è 3087. I numeri che hanno tutte le cifre diverse tra 1000 e 10000 sono 10!/6! =5040, circa metà del totale, che, diviso per 24, dà 210 classi di numeri composti con cifre diverse.

Nel passo successivo 3087 rappresenterà i 24 numeri iniziali, più 24 numeri (permutazioni di 3087) che potrebbero incominciare lì la loro carriera, più altri che potrebbero provenire da altri cammini di Kaprekar.

Possiamo fare una tabella del numero medio di permutazioni di un numero di 100, 500, 1000, 10000, 100000, 1000000 cifre:

numero di cifre Nc di N	Numero di permutazioni P di un numero medio N: P= Nc!/((Nc/10)!^ 10)	Rapporto N/P
100	10^92	10^8
500	10^489	10^11
1000	10^988	10^12
10000	10^9983	10^17
100000	10^99979	10^21
1000000	10^999974	10^26

La mia impressione è che il numero medio di passi (senza escludere che si possa casualmente cadere direttamente in una trappola di Kaprekar al primo passo) non si discosti molto dall'esponente del rapporto N/P, naturalmente nel sistema decimale.

3. Come si trova la costante di Kaprekar.

Torniamo su terreni meno speculativi. Il punto da tenere presente è che la costante non ha necessariamente le cifre ordinate in senso crescente o decrescente. Però, se applichiamo l'algoritmo di Kaprekar (vedi sopra), esso deve restituirci lo stesso numero.

(A) Come si è detto, nel caso di **numeri di due cifre** (non eguali, e in cui si scrivano 1 come 01, 2 come 02 e via dicendo) , non si finisce in un "nucleo" ma in un ciclo. Sia il numero AB, e sia ab il numero formato da A e B in ordine decrescente, e ba il numero il numero formato da A e B in ordine crescente. Poiché b <a, abbiamo che ab - ba = AB ci darebbe B= 10+b-a; A = a-1-b; A+B = 9. Tali numeri, in cui la somma delle cifre è eguale a 9, come è noto, sono tutti multipli di nove. In effetti nel ciclo sono rappresentati tutti i multipli di 9 inferiori a 100 (escluso 99, applicando al quale l'algoritmo di Kaprekar si ottiene 00). Strettamente parlando, compaiono solo i multipli dispari di nove, ma, se in un multiplo di nove si scambia l'ordine delle cifre, si ottiene ancora un multiplo di nove, perché la somma delle cifre resta = 9.

(B) E' relativamente semplice trovare la costante di Kaprekar per numeri di tre cifre. Come si è già annunciato più volte, essa vale **495.**

Sia il numero di tre cifre abc, con a>b>c (per non complicarci troppo la vita accettando un paio di cifre eguali).

Sia il numero ABC = (abc-cba), cioè (100 a + 10b +c) – (100 c + 10 b + a). Si noti che facendo le differenze si trova ABC = 99(a-c). Quindi ABC deve essere un **multiplo di 99.** Poiché esistono solo 9 multipli di 99 che abbiano 3 cifre, si potrebbe procedere per forza bruta e vedere quale di essi ha la proprietà che applicando l'Algoritmo di Kaprekar una sola volta torni ad essere lo stesso numero. Il ragionamento che segue, però, è più veloce.

(I) Ora, a>c. Quindi la sottrazione, incominciando dall'ultima cifra a destra, può essere fatta solo prendendo a prestito 10 da 10b, ovvero riducendo **b** a **b-1**. Quindi, sottraendo 1 a b: **C = 10 +c-a.**

(II) B = 10 +(b -1)- b (da cui B=9), prendendo a prestito 10 da 10 a. (Incidentalmente, tutti i multipli di 99 con tre cifre, hanno 9 come cifra mediana).

(III) Infine A = (a-1)-c.

Queste relazioni sono sempre vere per ogni passo dell'algoritmo di Kaprekar, e si deduce che in generale A+B+C = a-1-c+9+10+c-a =18, multiplo di 9. Il numero risultante da un passo dell'algoritmo di Kaprekar è sempre un multiplo di 9.

Ora imponiamo che il numero di partenza sia una (o "la") costante di Kaprekar: in pratica k = ABC, e applicando un passo dell'algoritmo di Kaprekar dobbiamo ritrovare ABC.

Quindi, B = 9 =a, perché a è la cifra più alta, e non ce ne possono essere di più alte.

Dato questo valore per a, abbiamo: A = (9-1)-c = 8-c

Similmente C= 10-9+c = 1+c, il che significa che C è diverso da c, e può essere solo b, perché a è impegnato come B.

Deve dunque essere C = b, da cui A = c.

Inoltre, da A = 8-c , si ricava c =8-c, e infine 8 = 2c, cioè c =4 e b = 1+c = 5.

Quindi il numero è 495, che, come previsto, è un multiplo di 99.

(II) E' marginalmente più complicato, ma richiede maggior pazienza trovare la costante di Kaprekar 6174 per numeri di quattro cifre.

Sia il numero ABCD = (abcd -dcba), cioè (1000 a + 100 b +10 c +d) – (1000 d + 100 c + 10b + a) = 1000(a-d) + 100(b-c) + 10 (c-b) + (d-a) = 999(a-d)+ 90(b-c)

(I) Ora, a>d. Quindi la sottrazione può essere fatta prendendo 10 unità al penultimo membro, con che, c diventa c-1**:** **D= 10 + d -a**

(II) anche b>c, per cui C = 10 +(c -1)- b = 9+c-b

(III) per la stessa ragione **B = b-1-c = -1+b-c ,** fattibile o al più zero, perché c<b; **Da II e III risulta C+B = 8**

(IV) A = a-d, certo fattibile, perché i numeri a, b, c, d, sono diversi e d è il più piccolo.

Queste relazioni sono sempre vere, e quindi in generale possiamo dire che A + B+C+D = 10+d-a+9+c-b-1+b+a-d= 18, che è multiplo di 9. Tutti i numeri risultanti da un passo dell'algoritmo di Kaprekar sono multipli di 9.

Ora imponiamo che il numero di partenza sia una (o "la") costante di Kaprekar: in pratica k = ABCD, e applicando un passo dellìalgoritmo di Kaprekar dobbiamo ritrovare ABCD.

Abbiamo già una *regola pratica*: la costante che troveremo non può avere a al primo posto se d è diverso da zero, perché a-d sarebbe diverso da A.

Paragonando B = b-c-1 con A = a-d e tenendo conto del fatto che a e d sono più distanti tra loro di b e c, si trova che **A>B.**

Il risultato deve essere costituito dalle stesse cifre a,b,c,d e deve essere la nostra costante. Cioè l'ordine di a,b,c,d deve essere lo stesso.

Ora, **a** può essere solo 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3; b può essere solo 8,7,6,5,4,3, 2; c può essere solo 7,6,5,4,3,2; d può essere solo 6,5,4,3,2,1. Ma D = 10+d-a, da cui **A+D =10.**

A = a-d: questo deve essere >= 3 (perché a, b,c,d sono in scala).

Supponiamo di non cercare una costante che contenga quartetti (e qui si va sul sicuro) ma neanche terzetti o coppie di cifre eguali. Diciamo che abbiamo sbirciato il testo e abbiamo visto che la costante non comprende cifre eguali.

Possiamo scrivere, sapendo che A+D = 10, ed eliminando la riga 5 (vi compaiono due numeri eguali)

A	B	C	D
9			1
8			2
7			3
6			4
4			6

Si tratta ora di riempire le due colonne intermedie sapendo che B+C=8, e quindi , eliminando la riga 4:

A	B	C	D
	8	0	
	7	1	
	6	2	
	5	3	
	3	5	
	2	6	
	1	7	
	0	8	

Facendo scorrere le colonne A e B della seconda tabella nelle colonna B e C della prima tabella, non tenendo conto dei quartetti in cui compaiono cifre simili, notando che deve essere A>B, come provato più sopra, abbiamo i seguenti casi ammissibili:

*9 **1*	*8 **2*	7**3	6**4	4**6
9801	*8712*	*7623*	*6534*	**4356**
9621	*8532*	*7263*	*6354*	**4176**
9531	*8352*	**7083**	**6174**	**4086**
9351	*8172*		**6084**	
9261				
9081				

Il lettore volonteroso può esercitarsi a vedere perché tutte le altre possibilità sono state eliminate e siamo rimasti con 20 numeri da controllare (su circa 9000). Potremmo farlo: basta applicare una sola volta ad ognuno dei 20 numeri l'algoritmo di Kaprekar, e si vede subito se si ottiene lo stesso numero.

Ma non occorrono sottrazioni complete: intanto, nessuno dei numeri della prima colonna è accettabile, perché ovunque la cifra più grande (la nostra a) è al primo posto e la più piccola, d, vale 1. Ora, A = a-d. *Ne risulta che la prima cifra della differenza dei due numeri riordinati varrà 8, e non 9, come dovrebbe essere se il numero di partenza restasse invariato.* Questo stesso problema avviene in tutti i numeri in corsivo, perché la cifra più grande è al primo posto, e la più piccola non è mai zero, per cui ci resteranno solo i sei numeri in grassetto.
Peggio ancora, la cifra più grande (ovunque essa sia) meno la più piccola dovrebbe ridarci la prima cifra della costante. Ma per 7803, A =8 - 0=8 , diverso da 7; **per 6174, A = 7-1 = 6 (oh oh);** per 6084 avremmo A =8, per 4356 avremmo A=3, per 4176 avremmo A=6, per 4086 avremmo A= 8. Insomma, ci è restato il solo candidato 6174, Se a questo punto facciamo l'unica verifica completa necessaria, troviamo 7641-1467 = 6174, come deve essere.

Il lettore volonteroso può divertirsi a completare la dimostrazione includendo anche i casi con cifre eguali.

Resta poi da spiegare come partendo da qualsiasi numero di quattro cifre e ripetendo l'algoritmo di Kaprekar un massimo di sette volte, si atterri sempre su 6174 o su una permutazione delle sue cifre, che ci porta infine sempre a 6174. E questa non è la parte più facile, tanto è vero che **non esiste ancora una spiegazione**, né del fatto che nel caso di

4 cifre si finisca sempre su 6174, né del fatto che bastino sette iterazioni, come dimostra la tabella allegata:

Numero iterazioni	Frequenza
0	1
1	356
2	519
3	2124
4	1124
5	1379
6	1508
7	1980

Tavola della distribuzione del numero di volte che l'algoritmo di Kaprekar deve essere applicato, negli 8991 numeri tra 1000 e 10000 (sono esclusi i numeri le cui cifre sono tutte eguali). La media pesata è 4.68 passi.

Di questa per me incredibile rapidità ho già parlato abbastanza.

4. Perché 6174 è detto "numero misterioso"?

A questo risponda l'eventuale lettore. Sappiamo che 6174 perde la sua proprietà in altra base (almeno fra quelle esplorate, inferiori a 10), che non è un caso isolato (495 ha analoghe proprietà per i numeri di tre cifre), sappiamo che ci sono eccezioni nei numeri "degeneri", sappiamo che cosa succede per numeri con diverso numero di cifre (un ciclo è forse meno interessante di una costante?) , sappiamo come costruire il numero 6174 , cercando un numero di quattro cifre invariabile per applicazione dell'algoritmo di Kaprekar. Con questa presentazione, il numero di Kaprekar può non sembrare affatto misterioso.

Tuttavia, la sua proprietà può essere presentata diversamente dicendo che, attraverso l'algoritmo di Kaprekar, **tutti i numeri di quattro cifre**, eccetto nove (1111, 2222 etc.) **sono imparentati colla costante di Kaprekar**, con una parentela abbastanza stretta: basta applicare l'algoritmo al massimo **sette volte** e qualsiasi numero di quattro cifre ci arriva. Infine, fatto più importante, *la ragione non è ancora nota.*

Molti matematici pensano che 495 e 6174 siano due risultati accidentali, che potrebbero anche ripetersi per numeri naturali con numeri di cifre assai maggiori di quelli verificati. Su quest'ultima affermazione, personalmente, non ci scommetterei la testa.

Ciò non toglie che chiamarlo "numero misterioso" mi pare un risultato di quella "scienza giornalistica", che tende a dare nomi immaginifici a concetti che hanno una loro bellezza di genere diverso e del tutto indipendente dagli epiteti che qualcuno loro appioppa. Ogni tanto mi viene in mente di fare una congettura (non so quanto nuova): “Ogni numero naturale ha almeno una proprietà di cui gode in modo esclusivo”. La congettura ha il vantaggio che non può essere dimostrata vera, perché bisognerebbe verificarla su tutti i numeri naturali, compito lungo e tedioso…. Ma potrebbe essere altrettanto difficile dimostrarla falsa, perché la sua unicità potrebbe derivare dalla sua relazione con altri numeri ancora fuori campo. Ad ogni modo, secondo me, ci sarebbe un certo orgoglio nel numero naturale di cui si potesse dimostrare che, *child of a lesser god*, non gode di alcuna proprietà esclusiva. Anche perché entreremmo inevitabilmente in un paradosso, che proprio quella potrebbe essere la sua proprietà esclusiva.