PERCHÉ NON PASSIAMO ATTRAVERSO IL PAVIMENTO?

Messo così, il titolo è un poco brutale. Esso proviene dalla domanda originale comparsa su Quora e interpretata dal Feynman nel modo che ho trascritto nel titolo.

Se gli atomi sono costituiti in gran parte di vuoto, come fanno le cose ad essere solide? Se gli atomi fossero pieni come risulterebbero gli oggetti?

In realtà non ho toccato, se non di sfuggita, il più pratico problema della resistenza di un pavimento rigido, che ci sostiene e non cede come se fosse fatto d'acqua.

I. Introduzione

Questa domanda non specifica bene che cosa significhi l'esser pieno o l'esser vuoto. Io mi concentrerò sulla risposta alla prima parte della domanda (sperando che, come parziale bonus, ne risulti *subito* almeno una parziale risposta alla seconda parte).

La prima parte della domanda mi pare possa essere messa nella forma consacrata dalla tradizione americana: ***"Perché non passiamo attraverso il pavimento?",*** forma forse più brutale, ma chiara.

In questo caso, bisogna dire, la domanda è una bella domanda, perché la risposta è tutt'altro che semplice, in quanto non può essere data se non invocando la meccanica quantistica, e, addirittura, **due principi fondamentali** che, in quanto principi, non possono essere dimostrati, ma, tutt'al più, sostituiti da altri postulati (1). Non male, per una domanda in due righe.

II. Se gli atomi fossero pieni…

Se considerassimo un atomo costituito dagli ingredienti che conosciamo oggi (nucleo di diametro di circa 1 fermi (= 10^{-13} cm) ed elettroni, per quanto ne sappiamo, puntiformi), e lo trattassimo classicamente, troveremmo che la soluzione di equilibrio sarebbe data da nuclei carichi positivamente su cui sarebbero seduti tutti gli elettroni carichi negativamente, facendo di un atomo un corpo elementare neutro delle dimensioni di un nucleo. Naturalmente, oltre alla carica, tanto gli elettroni quanto i nuclei hanno altre proprietà, ma qui è inutile andare per il sottile. Questi corpi elementari, essendo neutri *elettrostaticamente*, non si respingerebbero e non si attrarrebbero. Avremmo qualcosa di molto simile al materiale di una stella a neutroni, cioè, in prima approssimazione, dei quasi- neutroni. La densità della stella a neutroni è di circa $4*10^{14}$ g/cm^3. La densità terrestre, è di circa 5.5 g/cm^3. Ne risulta che assegnando alla densità terrestre quella di una stella a neutroni, il raggio della Terra risulterebbe 46400 volte più piccolo dei 6370 km attuali, cioè circa 137 m, in base all'equazione:

$$M = \frac{4}{3}\,\pi\,\rho r^3$$

che, mantenendo costante la massa, porge la seguente relazione fra densità e raggi di due corpi con la stessa massa e raggi diversi:

$$\frac{r_1}{r_2} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^{1/3}$$

L'accelerazione di gravità alla superficie sarebbe 2*10^9 volte superiore a quella attuale. Le montagne stesse sarebbero alte da pochi cm a qualche decina di centimetri (a seconda dei modelli della "crosta " della stella, che ci darebbero tra l'altro una stima dei valori dei vari moduli di elasticità del materiale della crosta - basta conoscerne due su sei - che si oppongono al fatto che le montagne siano schiacciate dal loro peso). La natura del materiale (quasi-neutroni) non permetterebbe, almeno in prima approssimazione, tutta la varietà di atomi e ancor meno di molecole che esiste sulla Terra. Non ci sarebbe quindi acqua, e di conseguenza non ci sarebbe vita – come noi le conosciamo. Lascio ulteriori elaborazioni più che altro fantascientifiche a chi le vuol fare.

Simplicio: Ma gli elettroni potrebbero ruotare in caduta libera come la stazione spaziale, vicinissimi alla Terra. La forza centrifuga potrebbe mantenerli in orbita e l'atomo non sarebbe pieno, ma quasi, e assai piccolo.

Salviati: No, Simplicio, avresti quasi ragione se le orbite fossero stabili. Ma non lo sono: la teoria *classica* dell'elettrone prevede che un elettrone accelerato (e un elettrone rotante intorno a un nucleo sarebbe accelerato) irradi energia elettromagnetica, e quindi perda energia, e percorrendo un'orbita a spirale vada a sedersi sul nucleo positivo esattamente come abbiamo detto fin da principio.

Sagredo: Ad andare per il sottile, però, si potrebbe anche sostenere che, dopo tutto, il neutrone, costituito da tre quark e gluoni quanto basta (ma di massa almeno teoricamente eguale a zero), non è pieno neanche lui.

Salviati: Ci si potrebbe anche pensare, perché il quark ha dimensioni, si pensa, di 10^{-3} fermi. Potremmo, quindi, pensare di concentrare la massa in una sfera con raggio circa 1/1000 di quello che abbiamo trovato, grossa più o meno come un pallone da pallacanestro. Ma non è così semplice farlo, perché se sommi le tre masse dei quark legati nel protone o nel protone trovi una massa che è circa 9.1 MeV per il protone (0.01 della massa da noi misurata) e 11.6 MeV per il neutrone (0.012 della massa da noi misurata). Il fatto è che la massima parte della massa totale di protoni e neutroni viene dall'energia di legame tra i tre quark, energia di cui i gluoni sono responsabili: energia che rende protoni e neutroni praticamente incompressibili così come sono. In altre parole, tre quark circondati da "gluoni" mi sembrano l'idea di "pieno" più vicina alla nostra intuizione.

Ma guarda che ridurre la Terra a un pallone da pallacanestro non cambierebbe nulla di quel che ho detto.

Simplicio: Ma una Terra con un raggio di 137 m non diventerebbe a questo punto un buco nero?

Salviati: Ma no, Simplicio mio. Il raggio di Schwartzschild della Terra dipende solo dalla massa della Terra e sarebbe pur sempre circa 9 mm, tredicimilasettecento volte più piccolo del raggio della nostra Terra compattata. Non dico che non incominceremmo ad avere qualche minimo problema, ma non grave come quelli di essere spiaccicati sulla superficie della sfera.

Sagredo: Forse, dopo tutto, si starebbe meglio *dentro* a un buco nero…

Salviati: non lo dire troppo forte: c'è chi dice che **l'Universo stesso potrebbe essere proprio un buco nero**. Ma non è un'idea maggioritaria (vedi https://en.wikipedia.org/wiki/Bl...). Certo è una curiosa coincidenza che il *raggio di Schwartzschild e il raggio di Hubble* dell'universo siano *più o meno* eguali. Però, sarebbe assai scomodo entrare in un buco nero di 9 mm. Hawking riteneva che entrare in un buco nero *di enormi dimensioni* potrebbe non essere poi un'impresa così sgradevole, come sarebbe quella di essere "spaghettificati" entrando in un buco nero di massa minore: https://www.independent.co.uk/ne....

Simplicio *(con insofferenza):* Ma di che cosa ci siamo messi a parlare? Torniamo al nostro soggetto, se sia corretto il sistema geocentrico o quello eliocentrico, anche perché non mi pare mica che la nostra contesa abbia convinto tutti, come sembrate credere voi. Secondo me tra quattrocento anni ci saranno ancora milioni e milioni di persone che consulteranno l'Oroscopo, che prevede che il sole giri intorno alla Terra, e che ci sia un cielo di stelle fisse, come noialtri aristotelici diciamo da sempre.

Sagredo: Ma Wikipedia dice che il nostro dialogo si è concluso da un pezzo ed è stato addirittura pubblicato nel 1632!

Salviati: E allora, che cosa ci stiamo a fare qui? Direi di aggiornare la discussione. ***Ed in tanto potremo, secondo il solito, andare a gustare per un'ora de'nostri freschi nella gondola che ci aspetta.*****(2)** *(Di comune accordo, i tre se ne vanno).*

III. Come fanno le cose a essere solide? Perché non passiamo attraverso il pavimento?

Nella speranza che queste rozze conclusioni rispondano alla seconda parte della domanda, tornerei alla prima parte della domanda, per chiarire come questa Terra ideale grossa come un pallone da pallacanestro o, meglio, mille volte più grande, non sia neppure lontanamente possibile. Per rispondere, mi ispirerò al classico testo del Feynman (*Lectures on Physics, vol 1, 38.6*), ma con un'importante osservazione critica. (Criticare Feynman? Chi è da tanto? Ma dal tempo della pubblicazione delle sue *Lectures* (primi anni '60), qualche progresso c'è stato.)

Perché gli Atomi sono stabili? Perché non hanno un volume nullo? O meglio, per quale ragione un atomo ha un volume assai più grande del volume di un nucleo? La risposta è: principalmente a causa del **principio di indeterminazione**, che afferma che non si possono determinare ***con infinita precisione simultaneamente*** certe coppie di grandezze fisiche "coniugate", identificate dalla meccanica analitica classica per altri motivi, ma confermate dalla meccanica quantistica. Per quel che ci riguarda, sono variabili coniugate la posizione e il momento o quantità di moto, che, non relativisticamente, è dato da $p = mv$.

Dice infatti Wikipedia https://it.wikipedia.org/wiki/Pr...

In meccanica quantistica, il ***principio d'indeterminazione di Heisenberg*** *[1927] stabilisce i limiti nella conoscenza e nella misurazione*

dei valori di grandezze fisiche coniugate o, nelle formulazioni più recenti e generali, incompatibili in un sistema fisico.

Nella forma più nota, viene espresso dalla relazione:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi}$$

fra l'incertezza sulla posizione (Δx) e quella sulla quantità di moto (Δp_x) di una particella, dove h è la costante di Planck.

Si consideri ora un *atomo di idrogeno*: il nucleo, costituito da un protone, ha carica **e**, come l'elettrone, e la forza di interazione è la forza elettrostatica. Se, ad esempio, esiste un'incertezza ***R*** nella posizione dell'elettrone, l'incertezza nel momento è almeno ***h/R.*** Sia chiaro che ci basta un risultato qualitativo, e quindi le relativamente piccole variabili numeriche sono trascurate. Supponendo per sicurezza che la velocità dell'elettrone intorno al protone non sia relativistica (si può dimostrare facilmente , in base all'imperfetto modello di Bohr (4) per l'atomo di idrogeno, che la velocità è data da:

$$\frac{v}{c} = \frac{\alpha}{n}$$

Dove α=1/137 e n è il numero dell'orbita, n=1 essendo l'orbita più vicina al nucleo. Ne segue che v è sempre inferiore a 1/100 di c, velocità della luce) , l'energia totale è data da

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{e^2}{R} = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{R} = \frac{h^2}{2mR^2} - \frac{e^2}{R}$$

In questa formula, evidentemente, nell'ultimo termine equipariamo R alla distanza dell'elettrone dal protone. Quanto più piccolo facciamo R, cioè quanto maggiore è la precisione nel posizionamento dell'elettrone, tanto più grande può diventare *in modo imprevedibile* l'energia cinetica. In altre parole, se a un certo istante conosciamo con quasi assoluta sicurezza la posizione dell'elettrone, nell'istante stesso il suo momento può essere grandissimo, in modo da far schizzare via dalla posizione appena determinata l'elettrone, con direzione e velocità imprevedibile, rendendo quindi inutile tanta precisione. Noi non conosciamo il valore di R. *Ma sappiamo che l'atomo naturalmente se ne sta nello stato di minima energia possibile* (3).

Dobbiamo quindi calcolare dov'è il minimo della funzione E(R) descritta sopra. Per ottenere questo, si calcola la derivata prima, la si pone eguale a zero e si trova il valore di R. La derivata prima è:

$$\frac{dE}{dR} = -\frac{h^2}{mR^3} + \frac{e^2}{R^2} = 0$$

Da cui, in opportune unità, R(B)= $h^2/m\ e^2$ = 5.28 10^{-11}m = **0.528 10^{-8} cm o Ångstrom**.

R(B) è il cosiddetto ***raggio di Bohr*,** diecimila volte più grande del raggio nucleare, che a questo punto esce di scena. Interpretando R(B) come raggio dell'atomo, ne risultano valori accurati per le altre costanti della fisica atomica. Per esempio, se introduciamo il valore R(B) nell'espressione per l'energia E, troviamo che E(B) = - e^2/(2R(B)) = - m e^4/(2 h^2) = **-13.6 eV,** valore detto "***Costante di Rydberg*".** *Per ottenere questi risultati sorprendentemente esatti, si è barato nel trascurare le "piccole" costanti in modo opportuno.* Per esempio, sarebbe forse più logico assegnare all'indeterminazione nella posizione dell'elettrone non il raggio dell'atomo, ma piuttosto il diametro. Ma noi vogliamo solo dimostrare come un ragionamento qualitativo possa portare a risultati quantitativi assai vicini a quelli assodati da teorie più precise, a partire da costanti fisiche indipendentemente note.

Qual è il significato di un'energia negativa? Significa che abbiamo a che fare con uno stato "legato", perché per staccare l'elettrone dal nucleo e renderlo libero, con energia cinetica necessariamente positiva (T = (1/2)mv^2>= 0) dobbiamo fornirgli una certa energia almeno eguale a 13.6 eV. Abbiamo così un elettrone libero e uno ione, in questo caso un protone. Questa energia di ionizzazione, di 1 Rydberg, fu dapprima determinata *empiricamente* da **Angstrom e Balmer**, e poi dimostrata da **Bohr**, che, nella formulazione del suo modello atomico, aveva dedotto che l'energia di ionizzazione dell'atomo di idrogeno doveva essere espressa come E(B)= - e^2/(2R(B)) = - m e^4/(2 h^2) = -13.6 eV, come già detto.

Quanto sopra spiega senz'altro la ***stabilità dell'atomo****. In pratica non si può dire che l'elettrone sia più vicino al nucleo di quanto permetta il principio di indeterminazione, il quale di conseguenza ci dà una misura delle dimensioni dell'atomo come oggetto osservabile.*

A questo punto traduco il Feynman:

Così noi comprendiamo perché non cadiamo attraverso il pavimento. *Quando camminiamo, le nostre scarpe con la loro massa di atomi spingono contro il pavimento con la sua massa di atomi. Per comprimere gli atomi più vicini l'uno all'altro, gli elettroni sarebbero confinati in uno spazio minore e,* ***per il principio di indeterminazione****, i loro momenti dovrebbero essere in media più alti, e ciò che significa che avrebbero maggior energia****; la resistenza alla compressione atomica è un effetto quantistico e non comprensibile in base alla fisica classica****. Il fatto che classicamente il miglior arrangiamento delle cariche negative e positive sarebbe quello di appiccicarle l'una all'altra era ben noto in fisica classica, ed era diventato un enigma, una volta accertata l'esistenza dell'atomo. Naturalmente, i primi scienziati a rendersene conto escogitarono qualche via per sfuggire ai guai - ma non ci badate, adesso conosciamo la strada* ***giusta****! (Forse).*

Dunque è questa la risposta??

Ma qui il Feynman aggiunge a sorpresa, per così dire "cambiando marcia":

Incidentalmente, per quanto non ci sia motivo di capirlo per ora (5), in una situazione in cui ci sono molti elettroni, risulta che essi tentano di tenersi lontani gli uni dagli altri [indipendentemente dalla repulsione elettrostatica]. Se un elettrone occupa un certo spazio, allora un altro elettrone non può occupare lo stesso stato. Più precisamente, ci sono due spin possibili, per cui due elettroni possono stare seduti uno sull'altro, uno ruotante in una direzione e l'altro nella direzione opposta. Ma, dopo di ciò, non possiamo aggiungere altri elettroni. Gli altri li dobbiamo mettere altrove, e quella è la vera ragione per cui la materia ha una sua forza. Se potessimo mettere tutti gli elettroni nello stesso posto, la materia sarebbe più condensata di quanto non lo sia. ***È il fatto che gli elettroni non possono stare l'uno sull'altro, quello che rende le tavole e ogni altra cosa solide.***

E questo rende chiaro come, per comprendere le proprietà della materia, dobbiamo ricorrere alla meccanica quantistica, e la meccanica classica non ci può bastare.

Francamente, trovo insoddisfacente questa parte delle *Lectures* del Feynman, che, dopo di averci trasportato attraverso il principio di indeterminazione, non senza qualche piccolo calcolo, sembra rendersi conto di non aver dimostrato del tutto la solidità della materia, ma soltanto la stabilità dell'atomo, il che lo conduce a servirci di soppiatto il **principio di esclusione di Pauli**. In effetti, le nostre scarpe spingono sul pavimento, e cercano di comprimere gli atomi, e il principio di indeterminazione vieta di superare in modo significativo il limite che abbiamo dato, cioè di rimpicciolire il raggio atomico molto oltre un raggio di Bohr, perché allora i momenti **p** degli elettroni in media aumenterebbero e aumenterebbe la resistenza del pavimento. Quindi la resistenza alla compressione è un fenomeno quantistico, non elettrostatico (anche se alla base del nostro calcolo c'è la forza elettrostatica, la quale però, trattata classicamente, ci direbbe che gli atomi sono grandi come nuclei). E tanto le nostre scarpe quanto il pavimento restano costituiti da atomi praticamente vuoti. Eccetera eccetera. *Ma, mentre il principio di indeterminazione garantisce la stabilità o non-collasso dell'atomo, quando si ha a che fare con molti nuclei ed elettroni, occorre chiedere il soccorso di un'altra ragione, per non trovarci con atomi troppo piccoli.*

Nel 1931 **Ehrenfest** osservò che per spiegare come mai la materia occupi un volume (pur con atomi sostanzialmente vuoti) e sia stabile, occorre che gli elettroni non possano neppure sistemarsi tutti nell'orbita più vicina al nucleo (ciò che il principio di indeterminazione permetterebbe), ma occorre invocare un altro principio. Gli elettroni dei vari atomi del pavimento sono attratti dai loro rispettivi nuclei, e una forza di attrazione li tiene dove sono. Ma se avviciniamo altri elettroni (quelli più lontani dai nuclei degli atomi del pavimento, compressi dalle scarpe, o addirittura gli elettroni degli atomi delle scarpe) non c'è soltanto una forza di repulsione elettrostatica che impedisce agli elettroni di essere troppo vicini gli uni agli altri, cosa che invece potrebbero fare, visto che essi sono puntiformi e il nucleo ha pur sempre, rispetto a loro, una notevole estensione e in genere, non essendo un protone, una carica maggiore. Anche nell'orbita più bassa, con raggio di mezzo Angstrom, sembrerebbe esserci posto per altri elettroni puntiformi, attratti dal nucleo più vigorosamente di quanto gli altri elettroni li respingano. *E, si noti, il raggio di Bohr è proporzionale a 1/Z, dove Z = carica del nucleo.* Tuttavia, l'arrivo di altri elettroni non è possibile, perché esiste un altro principio della meccanica quantistica (5**), il principio di esclusione di Pauli,** che afferma che in ogni orbita c'è un numero limitato di posti. Così, nella prima orbita dell'atomo di idrogeno possono accomodarsi solo due elettroni. Se aggiungiamo elettroni, bisogna che vadano nei secondi posti, cioè nella seconda orbita, che ha un raggio quattro volte la prima e otto posti. I posti, per così dire, sono numerati in base ai numeri quantici (principale, di momento angolare, magnetico e di spin) e nel teatro dell'atomo, in ogni sedile così numerato c'è posto per un solo elettrone. Così, da un lato il principio di esclusione assegna certe dimensioni agli atomi, dall'altro non permette che queste dimensioni siamo di molto alterate, per cui gli atomi costituiscono corpi solidi, pur essendo in massima parte vuoti. Elettroni che arrivassero da atomi esterni troverebbero i posti tutti occupati.

Sulla base del principio di esclusione, che quindi assegna agli atomi dimensioni maggiori del raggio di Bohr, si possono calcolare buone approssimazioni dei moduli empirici di resistenza alla compressione, quali il modulo di Young (resistenza alla compressione o trazione lineare) o il modulo di compressibilità (per compressione uniforme nelle tre dimensioni). Le molecole neutre delle scarpe e del pavimento dapprima si attraggono elettrostaticamente (Forze di **Van der Waals** e simili (6) , con dipendenza circa -1/r^6), ma per distanze inferiori ad un minimo r(0) si respingono a causa del principio di esclusione, che crea un nucleo incompressibile di elettroni "degeneri" degli strati interni dell'atomo. Questo potenziale repulsivo è circa $1/r^{12}$ nel **modello** qui riportato , dovuto a J**ohn Lennard-Jones** (una sola persona), 1931.

$$V(r) = \varepsilon\left[\left(\frac{r_{min}}{r}\right)^{12} - 2\left(\frac{r_{min}}{r}\right)^{6}\right]$$

In r_{min} la forza totale è nulla perché ivi si bilanciano la parte attrattiva e la parte repulsiva. Inoltre, il potenziale vale $-\varepsilon$, negativo. Non solo, ma la retta passante per r_{min} produce la forza $F = -k\,(r-r_{min})$ che riproduce la legge di Hooke nota dalla teoria elementare dell'elasticità. Inoltre, sperimentalmente, r_{min} vale da quattro a cinque volte il raggio di Bohr per diverse sostanze, e quindi si vede che gli atomi occupano uno spazio assai maggiore di quello previsto dal principio di indeterminazione.

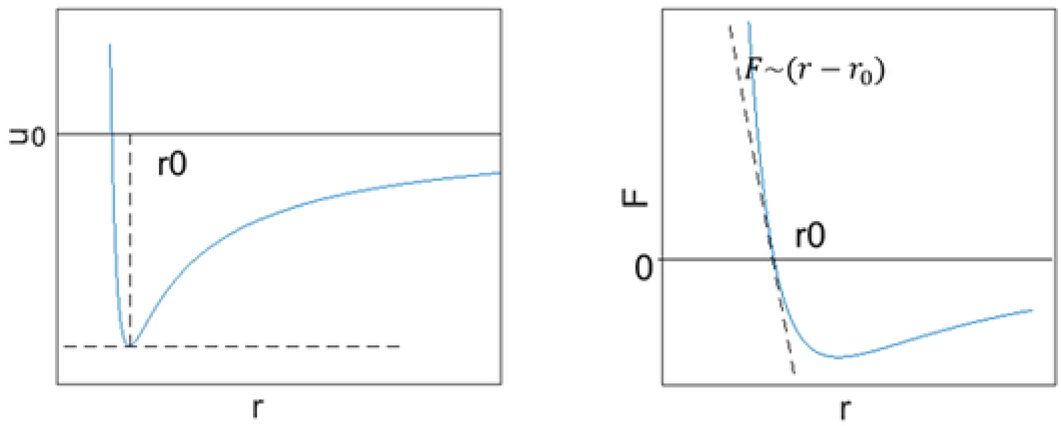

Fig.1
Potenziale e forza tra due molecole. Qui $r_0 = r_{min}$.
La retta passante per $r_0 = r_{min}$ è un'approssimazione della forza $F = -k(r-r_0)$ che esprime la legge di Hooke.

Prima di applicare il principio di Pauli si credeva "confusamente" che la repulsione a piccole distanze avvenisse perché i nuclei non erano più ben schermati dai loro elettroni. Questo non va contro il principio di Pauli, perché gli elettroni devono stare su orbite separate a distanze crescenti dal nucleo. Dunque la parte **attrattiva** (elettrostatica) del potenziale spiega perché il pavimento stia insieme e non si comporti come un liquido (beninteso se è sufficiente), la parte **repulsiva** (principio di Pauli) spiega come l'atomo "pur essendo in gran parte vuoto" non si riduca a una polvere di nuclei.

Il potenziale di Lennard-Jones è sostanzialmente empirico e viene applicato con discreto successo al calcolo di valori sperimentali. Infatti, adattando i parametri disponibili, si possono ricostruire le varie costanti macroscopiche della teoria dell'elasticità, quali la resistenza alla compressione data dal modulo di Young (per compressione o tensione lineare), o il modulo di compressibilità, per compressione nelle tre dimensioni. Dunque anche i valori di queste grandezze, d'uso nella scienza dei materiali e altre applicazioni, trovano fondate radici nella fisica atomica. Ad esempio, nel calcolo teorico del modulo di compressibilità, in molti casi (metalli alcalini e molti composti ionici) si può dimostrare che il modulo di compressibilità è inversamente proporzionale alla quarta potenza dalla distanza interatomica. Vedi: https://en.wikipedia.org/wiki/Bu....

NOTE

(1) E' questa la posizione di Wikipedia, che in https://it.wikipedia.org/wiki/Po...

la quale considera il principio di indeterminazione di Heisenberg un "teorema" dimostrabile sulla base dei cinque postulati proposti, in particolare del quarto, il "collasso della funzione d'onda". In quanto al principio di esclusione di Pauli, si veda la nota n.5.

(2) Così si conclude l'originale del "*Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*".

(3) La frase "***we know that the atom is going to arrange itself to make some kind of compromise so that the energy is as little as possible***", (*sappiamo che l'atomo accetterà qualche compromesso in modo da rendere la sua energia la più piccola possibile*), viene detta sovente come un dato di fatto e applicata a diversi altri sistemi fisici. A me sembra che, detta così, oscuri abbastanza la situazione. Infatti sappiamo che l'energia totale dell'elettrone (o anche di un pianeta intorno al Sole) è conservata, e può benissimo essere superiore a quella del minimo del potenziale. Prendendo l'esempio del sistema solare, sappiamo che per spostare il pianeta verso il minimo del potenziale (qui la distanza dal centro di attrazione è fissa e quindi l'orbita è circolare), dovrebbe in qualche modo essere perduta dell'energia. Ma i pianeti evidentemente non perdono energia tanto facilmente, perché sappiamo che esistono corpi celesti che viaggiano su diverse orbite (ellittiche, paraboliche, o addirittura iperboliche) a seconda del valore della loro energia totale.

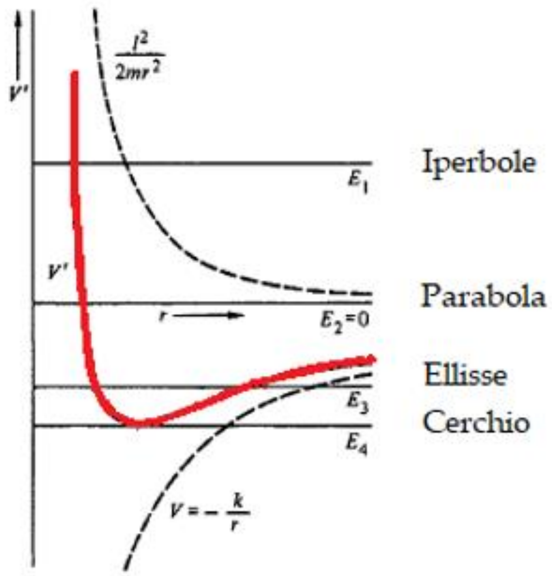

Fig. 2
ORBITE PLANETARIE in base al potenziale effettivo.

*La curva rossa è il "potenziale effettivo", costituito dalla parte dinamica, **attrattiva,** V(r) = - k/r e dalla parte cinematica, potenziale della pseudoforza centrifuga, **repulsiva**, $l^2/(2mr^2)$, dove l è il momento angolare. A diversi valori di E(energia totale) corrispondono diverse orbite). Il potenziale effettivo di molti sistemi assume forme simili. In generale, la parte meno intuitiva da spiegare è la repulsione centrale. Nel caso delle orbite planetarie è data dalla repulsione centrifuga.*

Diciamo allora diversamente: *un sistema può stare in equilibrio per lungo tempo se le forze totali che agiscono sulle sue varie parti sono nulle*. E sappiamo che, siccome la forza è il gradiente del potenziale, il fatto che la forza su una parte del sistema sia nulla vuol dire che F= -dV/dr= 0, cioè siamo ad un estremo del potenziale, e che l'equilibrio è stabile. Ma siccome un sistema in equilibrio stabile tende a restare in equilibrio stabile (il che è la definizione stessa di stabilità), è assai più probabile che ci imbattiamo in sistemi in equilibrio, e quindi con forze nulle e energie totali al minimo del potenziale, piuttosto che situazioni diverse. Infatti, se un sistema non è in equilibrio stabile, una piccola perturbazione allontana ulteriormente il sistema dalla posizione iniziale. Una volta che esso, con cammino casuale, arriva all'equilibrio, non se ne allontana più facilmente, perché piccole perturbazioni vicino alla posizione di equilibrio non allontanano il sistema dall'equilibrio. Ad esempio, se parliamo di atomi, un atomo isolato non fa testo, perché, secondo il modello di Bohr, un elettrone potrebbe essere su un'orbita stabile lontana 1, 4, 9, 16 raggi di Bohr. Tuttavia, molti atomi più o meno vicini, per tacere di fotoni vaganti, si perturbano in vari modi, e possono cambiare il valore dell'energia. Se questa scende al minimo, l'atomo si stabilizza, il che ci permette di applicare il principio di indeterminazione *per dedurre le dimensioni di un atomo.* Altrimenti, sia chiaro, **il principio di indeterminazione** varrebbe ancora, ma non potremmo fare calcoli immediati come quelli che abbiamo fatto.

(4): si eguagli la forza centrifuga alla forza di attrazione elettrostatica:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{r^2} \rightarrow mv^2 r = e^2$$

Ora si applichi la prima regola di quantizzazione di Bohr: $2\pi mvr = nh$, dove n è il numero quantico (principale) dell'orbita. Ne viene che

$$v = \frac{2\pi e^2}{hn} \rightarrow \frac{v}{c} = \frac{2\pi e^2}{hc\,n} = \frac{\alpha}{n}$$

La costante $\alpha = \frac{2\pi e^2}{hc}$

è la "**costante della struttura fine**", di notevole importanza. Essa non ha dimensioni e misura la forza dell'interazione elettromagnetica. Il fatto che sia assai più piccola di 1 permette sviluppi in serie e via dicendo, che rendono l'elettrodinamica quantistica una scienza che diede fin da principio alcuni tra i risultati più esatti della meccanica quantistica.

(5) "*per quanto non ci sia motivo di capirlo per ora*" : A questo punto del testo non è chiaro se Feynman si riferisca al fatto che siamo solo al primo volume delle sue *Lectures,* o se una

ragione non fosse completamente nota al tempo in cui le scrisse (1963). Nel terzo volume (III.4:2), però, scriverà:

Questo [il principio di esclusione di Pauli] solleva una domanda importante. Perché le particelle con spin semi-intero (1/2, 3/2, 5/2…), sono particelle di Fermi [o Fermioni] le cui ampiezze di probabilità si addizionano con segno meno, mentre le particelle con spin intero sono particelle di Bose (bosoni) le cui ampiezze di probabilità si addizionano con segno positivo? Ci scusiamo per non poter dare una spiegazione elementare. Pauli ha elaborato una spiegazione basata su argomenti complicati di teoria dei campi e relatività. Ha mostrato che i due aspetti [spin e segno dell'addizione di ampiezze di probabilità] devono necessariamente andare insieme, ma noi non siamo stati capaci di trovare un modo di riprodurre i suoi argomenti a livello elementare. Sembra che si tratti di uno di quei pochi punti della fisica in cui c'è una regola che può essere facilmente enunciata, ma per la quale non si è trovata una spiegazione semplice e facile. La spiegazione scende nelle profondità della meccanica quantistica relativistica. Questo probabilmente significa che non comprendiamo pienamente il principio su cui si fonda la regola ***. Per il momento, dovrete prenderla come una delle regole del mondo.***

Attualmente , it.wikipedia tace sul soggetto, mentre en.wikipedia afferma che il principio di Pauli segue dalla teoria quantistica relativistica dei campi, ma non elabora.

(Il lettore curioso, ma molto curioso, e preparato, ma molto preparato, può trovare una spiegazione non impossibile nel libro di Streater e Wightman, *PCT, Statistics and all that,* **4.4** p.146-161, 1964)

(6) Le forze attrattive che si esercitano per distanze superiori a r(min) tra molecole neutre, per esempio della scarpa e del pavimento, sono di almeno tre tipi principali:

I) Attrazione dipolo-dipolo se le due molecole, anche se di carica totale nulla, presentano una distribuzione di carica dipolare permanente (forza di Keesom);

II) Attrazione dipolo.- dipolo indotto, se una delle due molecole è dipolare e causa una ridistribuzione dipolare della carica dell'altra molecola quando questa le sia avvicinata (forza di Debye);

III) Attrazione tra "dipolo istantaneo" e dipolo indotto dal dipolo istantaneo (forze di dispersione di London)

Le tre forze insieme, tutte con potenziale attrattivo che dipende come r^(-6) dalla distanza r tra due molecole abbastanza vicine, sono dette **forze di Van der Waals.**

Alle forze di Van der Waals, se ne affiancano altre specializzate per molecole che hanno particolari strutture elettriche (Vedi *Atkins, Physical Chemistry, Chapter 18*).