# MAREE IN UNA NAVICELLA SPAZIALE

Mia risposta alla domanda proposta su Quora:

*Quale potrebbe essere il moto di alcuni oggetti sospesi in vari punti all'interno di una navicella sferica in orbita circolare uniforme attorno alla Terra? Si può capire, osservando solo questo moto, se la navicella è in orbita o immobile nello spazio profondo?*

Se ho ben capito la domanda (non facile, perché "immobile nello spazio profondo" è una frase poco chiara), la risposta è semplice:
"una navicella **non puntiforme** (e di qualsiasi forma, inclusa la forma sferica) immersa in un campo gravitazionale **non uniforme** è soggetta a forze residue dovute alla non uniformità del campo, che permettono a chi sta all'interno di comprendere se la navicella sia in moto in un sistema inerziale (forse l'"Immobile nello spazio profondo"?) o si trovi a passare vicino ad un corpo che l'attrae gravitazionalmente (anche se non ci sono oblò, o se il corpo gravitazionale è oscuro)".
Queste forze residue, per motivi storici, sono dette "mareali". Trascurarle potrebbe un giorno giocare dei brutti tiri agli astronauti che si troveranno a passare vicino a un buco nero, se e quando mai lo faranno.

Non solo le accelerazioni mareali esistono, ma hanno anche un valore che in casi elementari è facilmente calcolabile.

Una figura dimostra come le accelerazioni mareali agiscano su oggetti estesi (1), per esempio nel caso della Terra attorno a cui orbita una navicella. Dato che il campo gravitazionale terrestre è equivalente ad un campo generato da una massa terrestre puntiforme, si vede che le forze che nei vari punti della navicella sono dirette verso questo centro puntiforme di attrazione sono rappresentate da freccette ("vettori") di diversa lunghezza (intensità) e direzione. Perciò i vari oggetti che si trovano "sulla coda delle freccette" hanno uno spostamento relativo gli uni rispetto agli altri (Fig.1a). Nel caso di un campo uniforme, che sarebbe generato da una terra piatta infinita, invece, non ci sarebbero moti relativi di tali oggetti (Fig.1b).

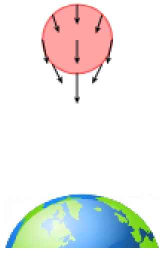


Fig. 1a

Fig.1b

Mettiamoci dunque nel semplice caso di una navicella (di qualsiasi forma) in orbita circolare vicino alla Terra, e scegliamo due assi, uno radiale, orientato verso il centro della Terra e uno orientato perpendicolarmente, cioè nel senso del moto orbitale.

Incominciamo col caso dell'asse orientato verso il centro della Terra. Mettiamo su questo asse due osservatori, uno più vicino alla Terra e uno più lontano rispetto al centro C del segmento che li unisce. Sia per entrambi la distanza da tale centro eguale a L.
L'osservatore più vicino alla Terra sentirà un'accelerazione $A_V$= (G M)/(r-L)$^2$ (dove G è la costante gravitazionale, M la massa della Terra, r la distanza dalla Terra dal punto C)
L'osservatore lontano sentirà una accelerazione $A_L$= (G M)/(r+L)$^2$ cioè un'accelerazione inferiore ad $A_V$. Infine, il punto C sentirà un'accelerazione $A_C$ = (GM)/r$^2$.

Quindi i due osservatori tenderanno **entrambi** ad allontanarsi dal centro del segmento che li unisce. Ad esempio, assegnando il senso positivo all'asse diretto verso la Terra, l'osservatore vicino alla Terra sentirà l'accelerazione relativa al centro del segmento che unisce i due osservatori

$$A_v - A_C = \frac{GM}{(r-L)^2} - \frac{GM}{r^2} = GM\left(\frac{1}{(r^2-2Lr+L^2)} - \frac{1}{r^2}\right) = \frac{GM}{r^2}\left(\frac{1}{1-2\frac{L}{r}} - 1\right)$$
$$= \frac{GM}{r^2}\left(1+2\frac{L}{r}-1\right) = \frac{GM}{r^2}\frac{2L}{r}$$

In senso stretto questa è l'accelerazione mareale, $A_{M1}$ rispetto al centro della Terra (nel caso delle maree sarebbe l'accelerazione, spiegabile anche per gli antichi, sulla faccia della Terra rivolta verso la Luna, a parte i ritardi dovuti alla rotazione terrestre e altri effetti minori) .
Invece per l'osservatore lontano sarà

$$A_L - A_C = \frac{GM}{(r-L)^2} \text{ - } -\frac{GM}{r^2} \ldots = -\frac{GM}{r^2}\frac{2L}{r}$$

(notare il segno meno)

Questa sarà invece $A_{M2}$ , rispetto al centro della Terra (nel caso delle maree sarebbe l'accelerazione, inspiegabile per gli antichi, sulla faccia opposta della Terra).

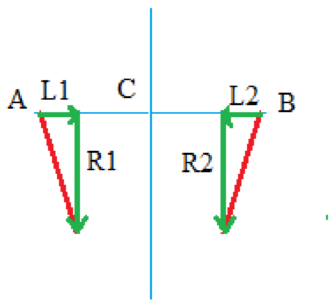
Ma torniamo sulla navicella: l'accelerazione relativa fra le due particelle sarà:

$$A_r = A_v - A_L = \frac{GM}{r^2}\frac{4L}{r}$$

Al denominatore di queste accelerazioni abbiamo una potenza r$^3$, che testimonia che $A_{M1}$ e $A_{M2}$ sono piuttosto piccole, e nel senso di allontanare l'osservatore dal centro della navicella.

L'effetto paradossale è che **i due osservatori "radiali" tenderanno entrambi ad allontanarsi dal centro C (e quindi l'uno dall'altro),** quello più vicino alla Terra perché sente un'attrazione più forte rispetto a quella sentita in C, quello più lontano perché ne sente una più debole.

Se ora passiamo all'asse perpendicolare, quello lungo la rotta, le cose si complicano un tantino. I calcoli li potranno fare gli audaci, ma quello che importa è che ponendo un osservatore per parte rispetto al centro C del segmento che unisce i due osservatori, a distanza L dal medesimo, l'accelerazione verso la Terra potrà essere scomposta in due componenti ortogonali, una lungo l'asse (centro C- Terra) e l'altra lungo il segmento che unisce gli osservatori. Entrambi gli osservatori "longitudinali" (ci si può aiutare con un disegnino) risulteranno quindi attratti verso il centro C, a differenza del caso già visto. Chi farà il calcolo correttamente troverà che l'accelerazione dei due osservatori "longitudinali" è metà di quelli "radiali", **ma l'uno verso l'altro.**




Terra

Fig.2

Tutte queste accelerazioni sono date dal prodotto di un fattore $A_T = \frac{GM}{r^2}$ dovuto all'attrazione Terrestre sul centro C, moltiplicato per un fattore L/r (dove L è la distanza dei due osservatori dal centro C del segmento che li unisce) e per un terzo fattore (da 1 a 4, in taluni punti anche nullo) che dipende dall'orientamento del segmento che unisce i due osservatori rispetto a quello che unisce C al centro della Terra.

Il campo di forze mareali in un caso semplice come quello esaminato è un campo quadrupolare, raffigurato, ad esempio , in Fig 2 di [Tidal force - Wikipedia]

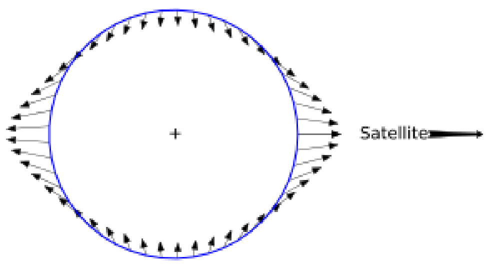



Fig. 3

Tale compressione laterale accoppiata a un allungamento verso il centro di attrazione, nel caso estremo dell'attrazione dovuta ad un buco nero ha il nome di "spaghettificazione" di cui Wikipedia afferma che si tratta di "un effetto detto forza di marea, in analogia con le maree lunari, poiché sono due effetti che dipendono dalla stessa causa" ( https://it.wikipedia.org/wiki/Sp...). Quindi non sbaglia chi dice che le maree terrestri provocate dalla Luna sono un principio di spaghettificazione. Ma fortunatamente la Luna non è un buco nero, e possiamo stare tranquilli.

Tanto per dare un'idea delle grandezze di cui si parla , prendendo per L un valore 10 m, 2L/r vale 3.2 $10^{-6}$ , mentre AT vale 8.7 $m/s^2$ (a 400km dalla superficie terrestre, come l'orbita della Stazione Spaziale Internazionale). Il prodotto è 2.78 $10^{-5}$ $m/s^2$). L'accelerazione sembra piccola, ma non lo è, se si tiene presente che, poiché essa agisce costantemente, lo spostamento è s = (1/2) AM $t^2$ , e quindi bastano meno di cinque minuti (salvo errori di calcolo del secondo ordine) per spostare di circa un metro un oggetto di massa qualsiasi (che non sia ancorato e non si muova per proprio conto).

Per questi motivi, si discusse a suo tempo se dichiarare che gli esperimenti nella stazione spaziale avvenivano in gravità zero. Si decise infine di parlar piuttosto di **microgravità,** spostamento terminologico che era un tentativo di riflettere accuratamente il fatto che non è possibile eliminare completamente le ultime vestigia della gravità terrestre (tra le quali gli effetti mareali), in un veicolo spaziale in orbita. Le piccole forze residue possono avere effetti importanti sugli esperimenti a bassa gravità. (https://en.wikipedia.org/wiki/Mi...). D'altronde, le forze mareali hanno anche un effetto ingegneristico: esse tendono a fare in modo che ogni oggetto orbitante non simmetricamente sferico abbia l'asse più lungo orientato verso il centro della Terra. Quindi, o un'eventuale satellite non sferico viene progettato per orbitare in questa configurazione, oppure un sistema di correzione deve essere incluso nel progetto per correggere la deriva di orientamento che le forze di marea produrranno.

Anche più chiaro per dimostrare che l'accelerazione non è piccola, è il paragone con l'accelerazione mareale o gradiente gravitazionale dell'attrazione lunare, che sulla Terra produce le maree. Qui la formula da applicare è $A_M = A_L$ (2L/r). 2L/r è uguale a (diametro Terra)/ (distanza Terra-Luna) e vale circa 3.52 $10^{-2}$ , mentre l'accelerazione gravitazionale prodotta dalla Luna sulla Terra è $A_L$ = 3.75* $10^{-5}$ $m/s^2$. Il prodotto è 1.32 $10^{-6}$ $m/s^2$. In altre parole, *l'accelerazione mareale (detta anche gradiente gravitazionale), attiva su migliaia di km sulla superficie terrestre, è 20 volte più piccola di quella sperimentata su 10 m di stazione spaziale.*

**Alla radice di questi effetti sta il fatto che il campo gravitazionale terrestre non è uniforme.** Per chi voglia approfondire questo studio, va detto che, matematicamente, gli effetti sono studiati in base al cosiddetto "tensore mareale", introdotto prima del 1850, che (per il caso non relativistico) è costituito da una matrice 3 x 3, i cui elementi sono le derivate seconde del potenziale gravitazionale nelle tre direzioni spaziali. Per alcune belle figure, illuminanti osservazioni, calcoli svolti, suggerisco di dare un'occhiata a https://javierrubioblog.files.wo....Il tensore mareale è dato dalla 5.5, pag. 65 e, afferma l'autore, questo è lo strumento fondamentale che descrive il campo gravitazionale, non una delle singole accelerazioni g. L'autore calcola quindi il caso di due particelle in un campo di forza gravitazionale come quello terrestre, e mostra (5.7) come un oggetto sferico si allungherebbe in forma ellissoidale essendo stirato nella direzione radiale e compresso delle direzioni trasversali.

In altre parole, non c'è bisogno di alcuna navicella sferica, né di due osservatori, per dimostrare l'esistenza di effetti mareali: bastano DUE PARTICELLE. Esse si allontaneranno l'una dall'altra se entrambe cadranno liberamente in direzione radiale e si avvicineranno l'una all'altra se saranno disposte in direzione trasversale rispetto al raggio che congiunge il centro del segmento che le unisce al centro della Terra, per le ragioni che ho dato più sopra. Su questa base, si potrebbe pensare di progettare uno strumento che segnali o la presenza di un campo gravitazionale vicino a una sonda spaziale in moto inerziale, o una disuniformità nel campo gravitazionale per una sonda in caduta libera. Non mi stupirebbe se fosse già stato fatto.

Il tensore mareale sarebbe identicamente nullo, e le accelerazioni mareali sarebbero identicamente nulle in qualsiasi direzione, se il campo gravitazionale fosse uniforme. Ma il campo gravitazionale sarebbe uniforme ad esempio se la Terra fosse piatta, e se possibile infinita (o approssimabile come tale, per esempio rispetto a un'orbita a bassa altitudine vicino al centro del disco che, immagino, rappresenterebbe la Terra). Ne segue che  coloro che sono convinti del fatto che, ad esempio nella stazione spaziale, le accelerazioni mareali siano eguali a zero, sono intellettualmente cugini di coloro che pensano che la Terra sia piatta.

NOTE

In vari articoli tradotti dall'inglese, il traduttore si è ingannato, traducendo "extended" come "molto grandi", mentre il significato è semplicemente "non puntiformi".